



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

IBE



BADANIA
UMIEJĘTNOŚCI
TRZECIOKLASISTÓW

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Raport z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUT^m 2014



Publikacja współfinansowana przez UE
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Publikacja jest dystrybuowana bezpłatnie.

Autorzy:

Marcin Karpiński

Anna Nowakowska

Margaryta Orzechowska

Dorota Sosulska

Małgorzata Zambrowska

Badanie zostało przygotowane przez zespół Pracowni Matematyki IBE w składzie:

Monika Czajkowska, Marzenna Grochowalska, Jerzy Janowicz, Marcin Karpiński, Jacek Lech, Margaryta Orzechowska, Agnieszka Sułowska, Małgorzata Zambrowska

Statystyczne opracowanie wyników:

Bartosz Kondratek

Recenzenci:

prof. dr hab. Ewa Swoboda

Redakcja językowa:

Beata Dąbrowska

Wydawca:

Instytut Badań Edukacyjnych

ul. Górczewska 8

01-180 Warszawa

tel. (22) 241 71 00; www.ibe.edu.pl

Warszawa 2014

Spis treści

O badaniu OBUT 2014.....	5
I. Ogólne informacje i wyniki	7
I.1. Założenia badania.....	7
I.2. Konstrukcja arkuszy.....	7
I.3. Ogólne wyniki badania.....	7
II. Wyniki zadań.....	9
II.1. Obszar: <i>Sprawność rachunkowa</i>	9
II.1.1. Opis obszaru	9
II.1.2. Analiza wykonania zadań.....	10
II.1.3. Podsumowanie wyników obszaru <i>Sprawność rachunkowa</i> i rekomendacje	12
II.2. Obszar: <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych</i>	13
II.2.1. Opis obszaru.....	13
II.2.1.1. Opis podobszaru <i>Selekcja informacji</i>	14
II.2.1.1.1. Analiza wykonania zadań z podobszaru <i>Selekcja informacji</i>	14
II.2.1.1.2. Podsumowanie wyników dla podobszaru <i>Selekcja informacji</i> i rekomendacje	16
II.2.1.2. Opis podobszaru <i>Wyobraźnia geometryczna</i>	17
II.2.1.2.1. Analiza wykonania zadań z podobszaru <i>Wyobraźnia geometryczna</i>	17
II.2.1.2.2. Podsumowanie wyników dla podobszaru <i>Wyobraźnia geometryczna</i> i rekomendacje.....	20
II.2.1.3. Opis podobszaru <i>Dostrzeganie zależności</i>	21
II.2.1.3.1. Analiza wykonania zadań z podobszaru <i>Dostrzeganie zależności</i>	21
II.2.1.3.2. Podsumowanie wyników dla podobszaru <i>Dostrzeganie zależności</i> i rekomendacje.....	24
II.2.1.4. Opis podobszaru <i>Rozważanie możliwości</i>	25
II.2.1.4.1. Analiza wykonania zadań z podobszaru <i>Rozważanie możliwości</i>	25
II.2.1.4.2. Podsumowanie wyników dla podobszaru <i>Rozważanie możliwości</i> i rekomendacje	28
II.2.2. Podsumowanie obszaru <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych</i>	29
III. Uczniowskie rozwiązania zadań otwartych	31
III.1. Przykładowe uczniowskie rozwiązania zadań	31
III.2. Uczniowskie rozwiązania zadań otwartych. Podsumowanie.....	39
Podsumowanie	40
Załączniki	
Załącznik nr 1 – Zestaw zadań z matematyki	
Załącznik nr 2 – Struktura zestawu zadań z matematyki z ogólnymi zasadami przyznawania punktów	

Spis ilustracji

Wykres 1. Procentowy rozkład ilości uczniów, którzy zdobyli określoną liczbę punktów	8
Wykres 2. Średnie punktowe wyniki badania umiejętności matematycznych z uwzględnieniem lokalizacji szkół	8
Wykres 3. Zadanie <i>Dodawanie i odejmowanie</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	10
Wykres 4. Zadanie <i>Mnożenie i dzielenie</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	11
Wykres 5. Zadanie <i>Tabela mnożenia</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	12
Wykres 6. Obszar <i>Sprawność rachunkowa</i> . Procentowy rozkład punktów uzyskanych przez badanych trzecioklasistów	12
Wykres 7. Zadanie <i>Tulipany</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	14
Wykres 8. Zadanie <i>Tulipany</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku	15
Wykres 9. Zadanie <i>Pędzle i farby</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	16
Wykres 10. Obszar <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych</i> , podobobszar <i>Selekcja informacji</i> . Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów	16
Wykres 11. Zadanie <i>Wycinanka</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	18
Wykres 12. Zadanie <i>Odcięty narożnik</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	19
Wykres 13. Zadanie <i>Układanka</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	20
Wykres 14. Obszar <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych</i> , podobobszar <i>Wyobrażenia geometryczna</i> . Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów	20
Wykres 15. Zadanie <i>Kasztany</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	21
Wykres 16. Zadanie <i>Kasztany</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku	22
Wykres 17. Zadanie <i>Zeszyty i ołówki</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	23
Wykres 18. Zadanie <i>Zeszyty i ołówki</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku	23
Wykres 19. Zadanie <i>Monety</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	24
Wykres 20. Obszar <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych</i> , podobobszar <i>Dostrzeganie zależności</i> . Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów	24
Wykres 21. Zadanie <i>Wzrost</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	26
Wykres 22. Zadanie <i>Kosze z jabłkami</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	26
Wykres 23. Zadanie <i>Kosze z jabłkami</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku	27
Wykres 24. Zadanie <i>Plama</i> . Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów	27
Wykres 25. Obszar <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych</i> , podobobszar <i>Rozważanie możliwości</i> . Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów	28
Wykres 26. Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów w obszarze <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych</i>	29
Wykres 27. Odsetki uczniów, którzy wykonali rysunki przy rozwiązywaniu czterech z zadań z obszaru <i>Rozwiązywanie zadań tekstowych</i>	29
Wykres 28. Poziom poprawności rozwiązania zadania w zależności od wykonania rysunku.....	30

O badaniu OBUT 2014

W maju 2014 roku odbyło się, po raz czwarty, powszechne *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów*. Była to dodatkowa, wcześniej nieplanowana edycja, różniąca się od poprzednich przede wszystkim tym, że obejmowała wyłącznie umiejętności matematyczne. W badaniu wzięło udział 221 468 uczniów z ponad 7600 szkół.

Badanie OBUT™2014 przeprowadzono w ramach projektu systemowego *Badanie umiejętności podstawowych uczniów trzeciej klasy szkoły podstawowej*, współfinansowanego przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego – Program Operacyjny Kapitał Ludzki, Priorytet III „Wysoka jakość systemu oświaty”, Działanie 3.2 „Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych”.

Wyniki OBUT™2014 pozwalają ocenić, w jakim stopniu, na etapie edukacji wczesnoszkolnej, osiągane są wybrane efekty uczenia się, zapisane w obowiązującej podstawie programowej, w tym:

- cele kształcenia ogólnego w szkole podstawowej (np. *zdobycie przez ucznia umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów*);
- umiejętność rozumowania (*umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych*);
- wybrane wymagania szczegółowe, opisane w podstawie programowej dla edukacji matematycznej na I etapie kształcenia.

Przy wyborze zadań do tegorocznego arkusza kierowano się wnioskami wyprowadzonymi podczas trzech wcześniejszych edycji badania. Największe trudności sprawiało dotychczas trzecioklasistom *rozwiązywanie zadań tekstowych*. Zatem, w arkuszu użytym do badania w 2014 roku, najwięcej uwagi poświęcono temu właśnie zagadnieniu. Celem tych działań było szczegółowe zanalizowanie tych umiejętności uczniów.

Wyniki z ubiegłych lat wskazują także, że uczniowie zazwyczaj dobrze radzą sobie z zadaniami, do rozwiązania których mogą zastosować poznane w szkole, gotowe schematy. Większość zadań użytych w tegorocznym badaniu stwarza dzieciom okazję do poszukiwania, odkrywania i tworzenia własnych strategii dochodzenia do rozwiązania zadania.

Po zakończeniu badania każda ze szkół otrzymała raporty, w których przedstawiono dokładne informacje o osiągnięciach poszczególnych uczniów, oddziałów oraz całej szkoły. Wyniki oddziałów w poszczególnych obszarach badanych umiejętności przedstawiono w tych raportach na tle wyników wszystkich trzecioklasistów uczestniczących w badaniu OBUT™2014, województwa, w którym mieściła się badana szkoła oraz uczniów ze szkół zlokalizowanych w podobnych, ze względu na liczbę mieszkańców, miejscowościach. Z punktu widzenia nauczyciela, najbardziej wartościowe są wyniki poszczególnych uczniów. Dokładna analiza rozwiązań i raport klasowy pozwoli wychowawcy klasy trzeciej ocenić poziom umiejętności matematycznych ucznia, jego możliwości i ewentualne braki. Wiedza wynikająca z rezultatu badania w szkole jest ważna także dla nauczyciela matematyki, który przejmie pracę z tymi uczniami w czwartej klasie. Zachęcamy, aby nauczyciel klasy III i nauczyciel matematyki z klasy IV wspólnie przeanalizowali prace uczniów, koncentrując się przede wszystkim na sposobie, w jaki uczniowie rozwiązywali zadania oraz jakie błędy popełniali. Pozwoli to poznać sposoby rozumowania dzieci i dzięki temu trafnie dostosować metody pracy w klasie czwartej do możliwości i potrzeb uczniów. Wyniki OBUT mogą być także dobrą okazją do wymiany spostrzeżeń i doświadczeń nauczycieli, zarówno klas I–III, jak i IV–VI, w celu doskonalenia kształcenia matematycznego na obu etapach edukacyjnych.

W raportach wysłanych do szkół tuż po badaniu, oprócz podsumowania wyników, umieszczono także rekomendacje, dotyczące sugerowanych nauczycielom metod pracy z uczniami. Rekomendacje te dostosowano do uzyskanych przez uczniów wyników. W założeniu, mają one posłużyć nauczycielom I etapu kształcenia do planowania pracy z kolejnym zespołem uczniów rozpoczynających naukę w szkole. Analiza wyników badania, rozmowy z nauczycielami matematyki przejmującymi uczniów w klasie IV oraz wspomniane wyżej rekomendacje dają szansę na wzbogacenie warsztatu pracy nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej.

Przestrzegamy przed bezpośrednim porównywaniem wyników badania różnych oddziałów, a tym bardziej szkół. Wyniki te zależą bowiem zarówno od pracy nauczycieli, jak i wielu innych czynników od nich niezależnych, np. indywidualnych zdolności dzieci, umiejętności, z którymi rozpoczynają one naukę w szkole czy wykształcenia rodziców. Wpływ na ostateczny wynik badania mogły mieć także warunki i atmosfera, w jakich dzieci przystąpiły do rozwiązywania zadań OBUT.

Nieuzasadnione jest także bezpośrednie porównywanie wyników tegorocznego badania z wynikami z poprzednich lat. Badanie OBUT nie zostało zaprojektowane w sposób umożliwiający takie porównania. W każdym roku badanie OBUT z założenia obejmowało bowiem nieco inne obszary umiejętności matematycznych.

Warto podkreślić, że przeprowadzenie tak dużego przedsięwzięcia nie byłoby możliwe bez zaangażowania tysięcy szkół i nauczycieli. Podziękowania należą się zatem Dyrektorom szkół i Nauczycielom za pracę włożoną w przeprowadzenie *Ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów 2014*.

I. Ogólne informacje i wyniki

I.1. Założenia badania

Podstawa programowa opisuje nie tylko szczegółowe wymagania związane z edukacją matematyczną, ale przede wszystkim cele kształcenia i najważniejsze umiejętności, które uczeń powinien zdobyć. Wśród celów kształcenia jest *zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów*, a wśród umiejętności – **myślenie matematyczne**, czyli *umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych*. Uczniowie mają zatem nie tylko poznać te podstawowe narzędzia matematyki, ale także powinni umieć się nimi rozumnie posługiwać. Aby zdobyć te umiejętności, powinni oni rozwiązywać zarówno typowe zadania rachunkowe, ale też zadania mniej typowe, w których muszą wykazać się umiejętnością rozumowania i dobierania narzędzi matematycznych odpowiednich do rozwiązywanego problemu.

W roku 2014, w *Ogólnopolskim badaniu umiejętności trzecioklasistów*, umiejętności matematyczne uczniów badane były w dwóch obszarach:

- *Sprawność rachunkowa;*
- *Rozwiązywanie zadań tekstowych.*

Drugi obszar był bardzo rozbudowany i składał się kilku podobszarów.

I.2. Konstrukcja arkuszy

Zadania użyte w zestawach matematycznych zostały poddane wcześniejszej standaryzacji na reprezentatywnej próbie uczniów klas czwartych. Dokonano tego na początku roku szkolnego 2013/2014 w taki sposób, aby ewentualna różnica między poziomem umiejętności czwartoklasistów uczestniczących w badaniach pilotażowych a poziomem umiejętności trzecioklasistów uczestniczących pod koniec roku szkolnego w badaniu OBUT[™]2014 była jak najmniejsza.

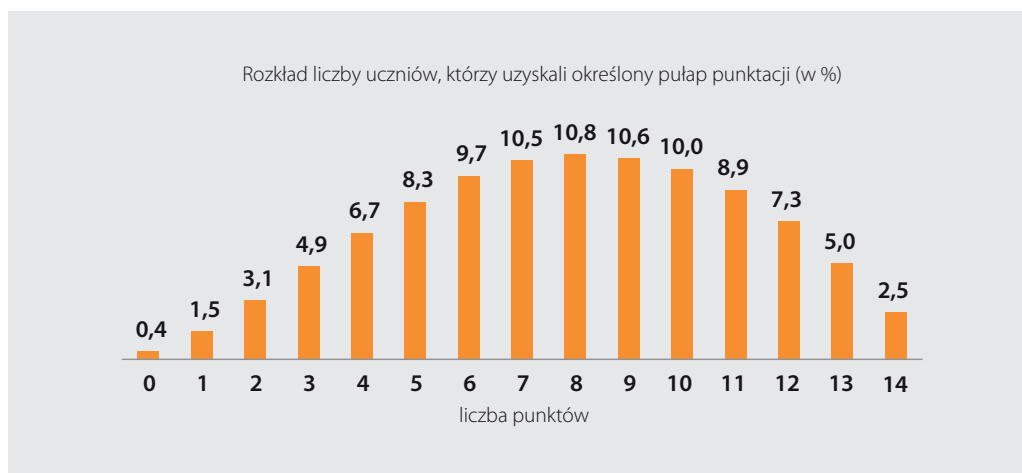
Do badania wybrano zadania, których współczynnik łatwości wynosił w standaryzacji od 0,3 do 0,9. Z zadań tych zbudowano dwa zestawy, M1 i M2. Zakładano, że współczynniki łatwości całych zestawów będą w badaniu głównym wynosić między 0,5 a 0,6.

Oba zestawy miały taką samą strukturę, a różniły się jedynie kolejnością analogicznych zadań oraz wartościami liczbowymi użytymi w odpowiadających sobie zadaniach. Wyniki prezentowane w raporcie są połączonymi wynikami z odpowiadających sobie zadań z wersji M1 oraz M2.

I.3. Ogólne wyniki badania

Średni wynik ucznia to 7,9 punktu na 14 punktów możliwych do uzyskania. Inaczej mówiąc, trzecioklasiści biorący udział w badaniu OBUT[™]2014 uzyskali średnio 56% możliwych do zdobycia punktów. Nie odnotowano istotnych statystycznie różnic między średnim wynikiem chłopców a dziewcząt.

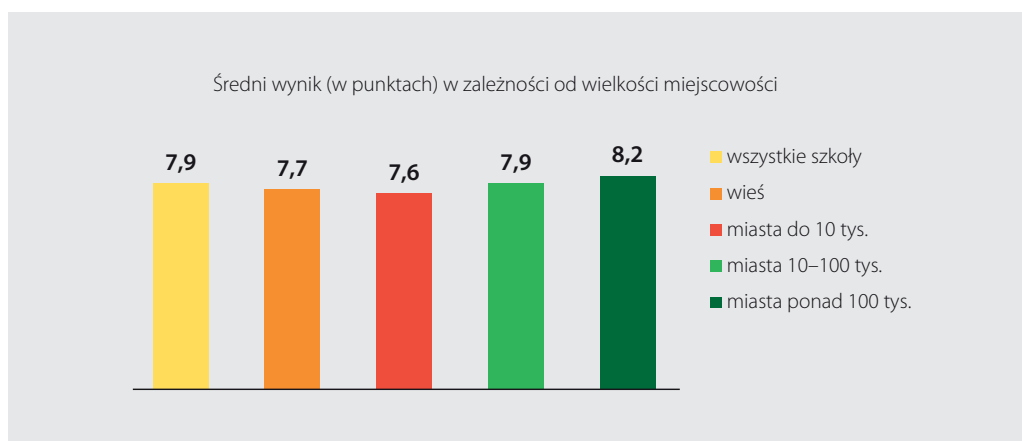
Poniższy wykres przedstawia odsetki uczniów, którzy uzyskali daną liczbę punktów za wszystkie rozwiązane zadania



Wykres 1. Procentowy rozkład ilości uczniów, którzy zdobyli określoną liczbę punktów.

Niemal 1/3 uczniów uzyskała wynik mieszczący się w przedziale 7–9 punktów, 1/2 całej grupy – w przedziale 6–10 punktów. Tylko 0,4% uczniów nie rozwiązało żadnego zadania, a 2,5 % uczniów rozwiązało bezbłędnie wszystkie zadania.

Na wykresie 2 przedstawiono średnie wyniki badania umiejętności matematycznych z uwzględnieniem lokalizacji szkół.



Wykres 2. Średnie punktowe wyniki badania umiejętności matematycznych z uwzględnieniem lokalizacji szkół.

Najwyższy średni wynik uzyskali uczniowie z dużych miast (8,2 punktu), a najniższy uczniowie ze szkół znajdujących się w miastach do 10 tys. mieszkańców (7,6). Różnice tych wyników nie są zatem duże. Bardzo podobnie wygląda pod tym względem rozkład wyników dla poszczególnych zadań. W związku z tym w dalszej części raportu będziemy przedstawiać wyniki poszczególnych zadań, podobszarów i obszarów bez rozbicia na lokalizację szkół.

II. Wyniki zadań

W dalszej części raportu zaprezentujemy wyniki zadań z podziałem na badane obszary umiejętności matematycznych. Omówimy kolejno zadania, posługując się ich treścią z arkusza M1.

Prezentując wyniki zadań w poszczególnych obszarach, będziemy omawiać kolejno:

1. Umiejętności ucznia, które sprawdza zadanie.
2. Wyniki zadania.
3. Typowe sposoby ich rozwiązania przez uczniów, najczęściej pojawiające się błędy i prawdopodobne przyczyny ich popełnienia.

Po omówieniu wyników w badanych obszarach i podobszarach dajemy propozycje metod rozwijania umiejętności matematycznych w klasach I–III oraz wskazówki, na co warto zwrócić szczególną uwagę przy analizie wyników swojej klasy.

Trzeci rozdział raportu poświęcony jest prezentacji wybranych rozwiązań uczniowskich. Na szczególną uwagę zasługują sposoby rozumowania widoczne w ich rozwiązaniach zadań tekstowych oraz strategie trzecioklasistów przy wykonywaniu obliczeń w tych zadaniach.

W załącznikach do raportu umieszczono zestawienie wszystkich zadań, a także opisy zadań wskazujące: obszar umiejętności, rodzaj zadania, zapisy podstawy programowej oraz ogólne zasady przyznawania punktów.

II.1. Obszar: *Sprawność rachunkowa*

II.1.1. Opis obszaru

Sprawność rachunkowa to umiejętność, która pomaga uczniowi w skutecznym rozwiązywaniu zadań i problemów matematycznych. Ćwicząc ją, dzieci tworzą własne strategie obliczeniowe i wykorzystują je w sytuacjach praktycznych i problemowych. Od tego, jak sprawnie potrafią dodawać i odejmować w pamięci w zakresie 100 czy posługiwać się tabliczką mnożenia, zależy, w wielu przypadkach, poprawne rozwiązanie bardziej złożonych zadań. Sprawne liczenie pozwala uczniowi na większą swobodę podczas doboru strategii rozwiązania zadania i przyspiesza ten proces.

Dobrze wyćwiczona sprawność rachunkowa w zakresie czterech działań jest podstawą do budowania kolejnych umiejętności na II etapie edukacyjnym.

W badaniu OBUT[™]2014 w trzech zadaniach sprawdzających sprawność rachunkową badano poziom opanowania następujących umiejętności zapisanych w podstawie programowej kształcenia ogólnego:

- *umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;*
- *umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych.*

Uwzględniono wymagania szczegółowe na zakończenie klasy I i klasy III szkoły podstawowej, a w szczególności:

Uczeń:

- *dodaje i odejmuje liczby w zakresie 100 (bez algorytmów działań pisemnych); sprawdza wyniki odejmowania za pomocą dodawania;*
- *podaje z pamięci iloczyn w zakresie tabliczki mnożenia; sprawdza wyniki dzielenia za pomocą mnożenia.*

II.1.2. Analiza wykonania zadań

Zadanie Dodawanie i odejmowanie

Cztery osoby wykonały poprawnie działania:

$$\text{Asia: } 21 + 52$$

$$\text{Wojtek: } 80 - 23$$

$$\text{Jurek: } 26 + 38$$

$$\text{Kasia: } 81 - 18$$

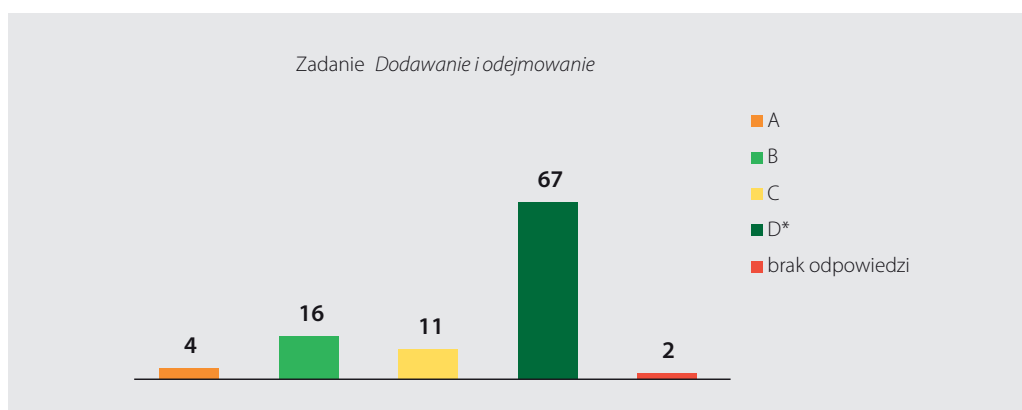
Która z tych osób otrzymała w wyniku liczbę 63?

A. Asia B. Wojtek C. Jurek D. Kasia

Zadanie sprawdza, czy uczeń posiada umiejętność dodawania i odejmowania pamięciowego w zakresie 100, z przekroczeniem progu dziesiętkowego.

Uczeń mógł znaleźć poprawną odpowiedź, wykonując kolejno zapisane działania. Liczby w zadaniu zostały jednak dobrane w taki sposób, aby uczeń mógł wyeliminować niepoprawne odpowiedzi poprzez świadome, oparte na rozumieniu własności działań, szacowanie wyników. Uczeń może bowiem rozumować tak: wynik Asi jest większy od siedemdziesięciu; Wojtek otrzymał wynik, w którym cyfra jedności jest równa 7; Jurek otrzymał wynik kończący się cyfrą 4. W ten sposób uczniowi pozostaje tylko upewnić się, że poprawną odpowiedzią jest: *D. Kasia*.

Wykres zamieszczony niżej przedstawia procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Dodawanie i odejmowanie*.



Wykres 3. Zadanie Dodawanie i odejmowanie. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Poprawną odpowiedź (*D. Kasia*) zaznaczyło 67% badanych trzecioklasistów. Zadanie okazało się zatem niezbyt trudne. Uczniowie, którzy wybrali odpowiedź *B. Wojtek* (16%), mieli prawdopodobnie kłopoty z wykonywaniem obliczeń, w których następuje przekroczenie progu dziesiętkowego. Prawdopodobnie próbowali szacować wynik, wykonując odejmowanie $80 - 20 = 60$, a „brakującą” wartość dodali do tak otrzymanego wyniku, zamiast ją odjąć. Często pojawiający się błąd w wykonaniu odejmowania $81 - 18$ (działanie Kasi) wskazuje, że w wielu przypadkach uczniowie nie próbowali oszacować wyniku, ale działali automatycznie. Wykonując odejmowanie $81 - 18$, odejmowali dwukrotnie $8 - 1$ i otrzymywali błędny wynik 77. Taki sposób odejmowania może świadczyć o tym, że ci uczniowie dobrze i bezrozumnie zapamiętali zasadę „od większej liczby odejmujemy mniejszą liczbę”. Taka sama strategia mogła być stosowana przez uczniów przy odejmowaniu $80 - 23$. Być może część otrzymała wynik 63, wykonując odejmowania: $8 - 2 = 6$ oraz $3 - 0 = 3$. W takim przypadku wyniki świadczą o tym, że uczniowie nie rozumieją istoty odejmowania. Rozumienia, które mogło się zautomatyzować w zakresie liczb jednocyfrowych, nie są w stanie przenieść na wyższy poziom i powiązać go z rozumieniem liczby zapisanej w dziesiętkowym systemie pozycyjnym.

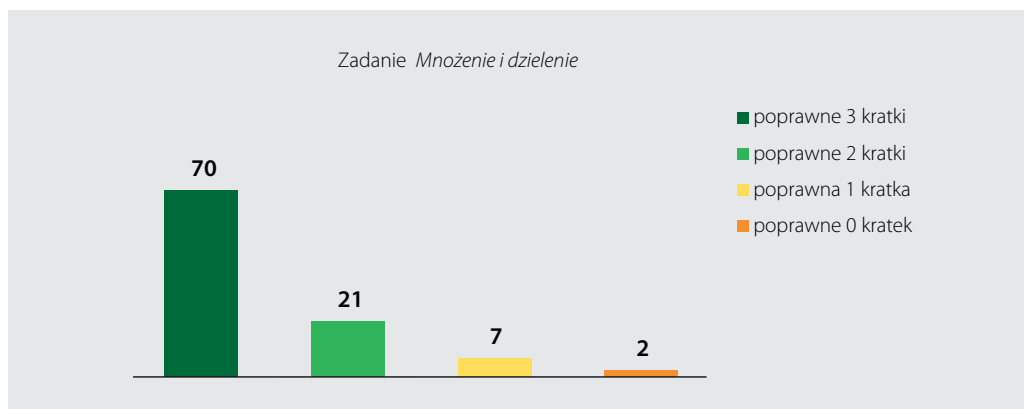
Zadanie *Mnożenie i dzielenie*

Uzupełnij działania. W puste kratki wpisz odpowiednie liczby.

$$\square \cdot 4 = 28 \quad 5 \cdot \square = 35 \quad 6 \cdot 9 = \square$$

Zadanie sprawdza, czy uczeń sprawnie posługuje się tabliczką mnożenia.

Wykres zamieszczony niżej przedstawia procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Mnożenie i dzielenie*.



Wykres 4. Zadanie *Mnożenie i dzielenie*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Z rozwiązaniem zadania – podaniem trzech poprawnych odpowiedzi, poradziło sobie 70% trzecioklasistów biorących udział w badaniu. Kolejne 21% uczniów popełniło tylko jeden błąd. Wśród nich najwięcej było tych, którzy źle obliczyli trzeci przykład. Najczęściej wpisywali oni w okienko liczby: 56, 63 lub 64. Połowa uczniów, którzy popełnili błąd w pierwszym przykładzie, wpisała 5 zamiast 7. Uczniowie, którzy popełniali błąd przy wpisywaniu liczby w drugie okienko, najczęściej wpisywali liczby 6 lub 5.

Z analizy wyników tego zadania wynika, że większość badanych uczniów dobrze opanowało tabliczkę mnożenia. Jednak, posługując się tą wiedzą, nie wykazują postawy refleksyjnej. Wpisanie w pierwszym przykładzie liczby 5 budzi wątpliwość, na ile uczniowie mają świadomość, że takie iloczyny w rzędzie jedności mają 5 lub 0. Wpisane w okienka trzeciego przykładu liczby rzeczywiście funkcjonują w tabliczce mnożenia; co ciekawe, uczniów nie zastanowił np. fakt, że mnożąc 6 przez 9, otrzymują wartość większą niż 60 (co jest wynikiem dla 6×10). W świetle takich wyników można przypuszczać, że dzieci często uczą się tabliczki mnożenia „na pamięć”, bez wnikania w strukturę mnożenia.

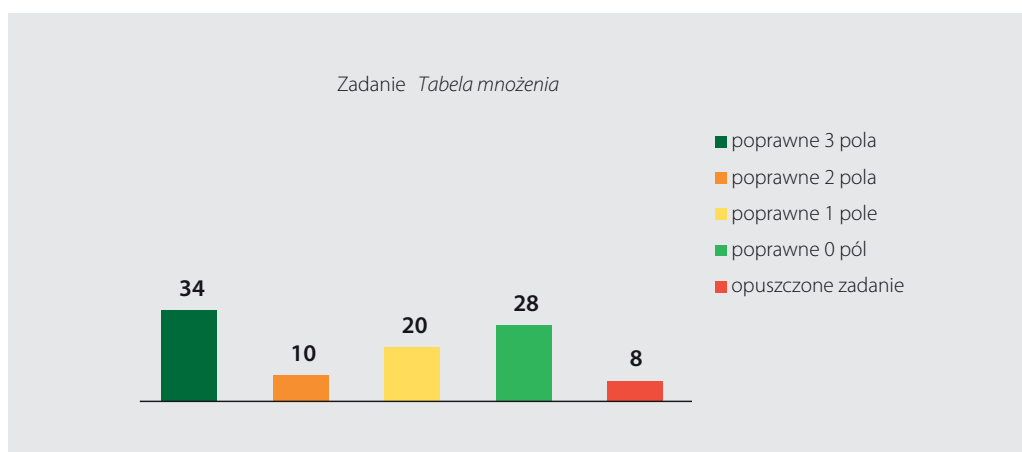
Zadanie *Tabela mnożenia*

Uzupełnij trzy puste pola w tabeli mnożenia.

	4	
5	20	45
	32	

Aby poprawnie rozwiązać to zadanie, uczeń, podobnie jak w zadaniu poprzednim, musiał znać tabliczkę mnożenia. Zadanie, pozornie analogiczne do poprzedniego, okazało się dla trzecioklasistów znacznie trudniejsze, zapewne dlatego, że jego rozwiązanie wymagało także umiejętności posługiwania się danymi przedstawionymi w tabelce.

Wykres zamieszczony niżej przedstawia procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Tabela mnożenia*.



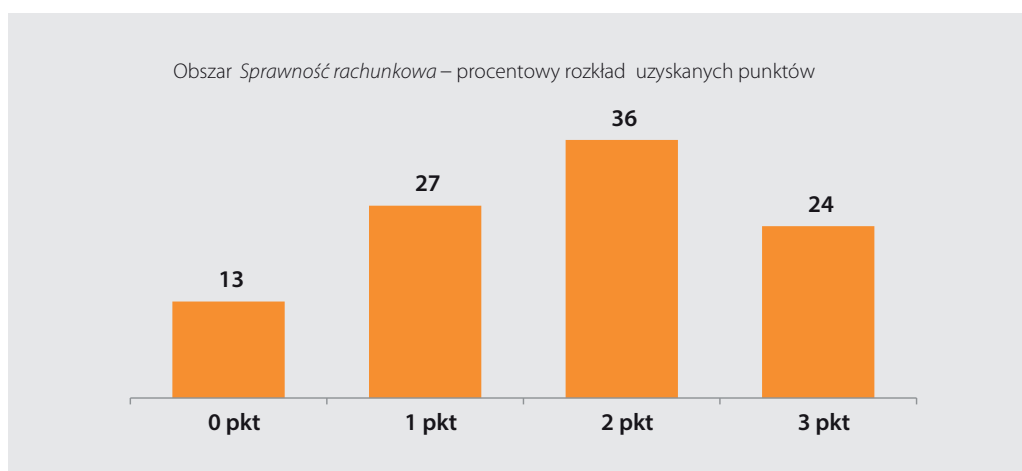
Wykres 5. Zadanie *Tabela mnożenia*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Z rozwiązaniem zadania – wpisaniem trzech poprawnych liczb w odpowiednie miejsca w tabeli – poradziło sobie tylko 34% badanych uczniów. Poprawnie dwa pola w tabeli uzupełniło 10% trzecioklasistów. O tym, że zadanie wydawało się uczniom trudne, może świadczyć fakt, że aż 8% uczniów nie podjęło próby jego rozwiązania.

Ciekawych wniosków dostarcza porównanie wyników powyższego zadania z wynikami zadania poprzedniego. Wydaje się, że do rozwiązania obu zadań powinna wystarczyć biegła znajomość tabliczki mnożenia. Co więcej, rodzaj przykładów rachunkowych w obu zadaniach był taki sam. Jednak aż 38% uczniów, którzy poradzi sobie z rozwiązaniem zadania 2, miało kłopoty z zadaniem 3. Powodem może być to, że zadanie 3 miało nietypową dla uczniów formę tabeli. Na dodatek nie był to fragment rzeczywistej „tabliczki mnożenia”, w której związki liczbowe przedstawiane są w postaci uporządkowanej. Jeśli uczeń rozwiązał zadanie 2, ale nie potrafił poradzić sobie z trzecim, to może oznaczać, że podaje wyniki mnożenia z pamięci, ale ma kłopot ze zrozumieniem zasad przedstawiania takich informacji w tabeli.

II.1.3. Podsumowanie wyników obszaru *Sprawność rachunkowa* i rekomendacje

W obszarze *Sprawność rachunkowa* uczeń mógł zdobyć maksymalnie 3 punkty. Znajdujący się niżej wykres prezentuje procentowy rozkład punktów uzyskanych przez badanych uczniów.



Wykres 6. Obszar *Sprawność rachunkowa*. Procentowy rozkład punktów uzyskanych przez badanych trzecioklasistów.

24% badanych trzecioklasistów bezbłędnie rozwiązało trzy zadania z obszaru *Sprawność rachunkowa*. Oznacza to, że wykonali oni poprawnie wszystkie sześć działań z zadań 2 i 3 oraz w dogodny dla siebie sposób rozwiązali zadanie 1.

Aż 40% badanych uczniów otrzymało w tym obszarze 0 lub 1 punkt. Jednak prawie połowa z nich poprawnie wykonała trzy lub cztery działania z zadań 2 i 3. Można więc wnioskować, że poważne problemy ze sprawnym wykonywaniem czterech podstawowych działań ma 1/5 badanych trzecioklasistów.

Wyniki i analiza rozwiązań tych zadań dodatkowo wskazują na bezradność uczniów w *wykorzystywaniu posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań*. Ich wiedza w dużym stopniu jest mechaniczna, uczniowie czują się zaskoczeni i bezradni w sytuacji nietypowej.

Po analizie odpowiedzi uczniów i zapisów rozwiązań zadań z obszaru *Sprawność rachunkowa* rekomendujemy, aby nauczyciele podczas codziennej pracy z uczniami:

- dobierali ćwiczenia doskonalące sprawność rachunkową, dostosowane do indywidualnych możliwości i potrzeb uczniów, dbając równocześnie o różnorodność tych ćwiczeń;
- dbali o częste wykonywanie przez uczniów ćwiczeń polegających na rachowaniu w pamięci;
- wykorzystywali codzienne okazje do utrwalania znajomości tabliczki mnożenia w zakresie 100;
- stosowali środki dydaktyczne wspierające uczniów w opanowaniu umiejętności mnożenia i dzielenia, np. liczniki, liczydła, tabliczki z działaniami trudnymi do zapamiętania, wierszyki, działania z ilustracjami, karty itp.;
- wykorzystywali gry i zabawy do doskonalenia *sprawności rachunkowej*;
- prezentowali różne sposoby obliczeń i zachęcali uczniów do wybierania własnych, dogodnych dla nich metod;
- kształtowali u dzieci gotowość do sprawdzania poprawności wyników działań (np. wyniku odejmowania i dzielenia poprzez stosowanie działań odwrotnych);
- uczyli krytycznego spojrzenia na uzyskany wynik działania;
- kształtowali umiejętność dostrzegania własności liczb oraz działań.

II.2. Obszar: *Rozwiązywanie zadań tekstowych*

II.2.1. Opis obszaru

W badaniu OBUTM2014 *sprawności rachunkowej* dotyczyły trzy zadania. Jedenaście pozostałych przypisanych zostało do obszaru *Rozwiązywanie zadań tekstowych*. Umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych jest umiejętnością złożoną. Aby rozwiązywać takie zadania, uczeń musi umieć między innymi: czytać ze zrozumieniem, analizować informacje podane w zadaniu, tworzyć własne strategie prowadzące do rozwiązania. W każdej z wcześniejszych edycji badania rozwiązanie zadań z tego obszaru sprawiało uczniom największą trudność, dlatego też w tej edycji badania postanowiono dokładniej przyjrzeć się problemom uczniowskim związanym z rozwiązywaniem zadań z tego zakresu.

Zadania w obszarze *Rozwiązywanie zadań tekstowych* służyły do badania poziomu opanowania następujących umiejętności zapisanych w podstawie programowej kształcenia ogólnego:

- *umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów;*
- *umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych.*

Uwzględniono przy tym niektóre treści nauczania – wymagania szczegółowe na zakończenie klasy I oraz klasy III szkoły podstawowej, a w szczególności:

Uczeń:

- *rozwiązuje zadania tekstowe wymagające wykonania jednego działania;*
- *porównuje dowolne dwie liczby w zakresie 1000;*
- *wykonuje łatwe obliczenia pieniężne (cena, ilość, wartość) i radzi sobie w sytuacjach codziennych wymagających takich umiejętności;*
- *dostrzega symetrię (np. w rysunku motyla);*

- rysuje drugą połowę figury symetrycznej;
- rozpoznaje i nazywa koła, kwadraty, prostokąty i trójkąty (również nietypowe, położone w różny sposób oraz w sytuacji, gdy figury zachodzą na siebie).

W grupie jedenastu zadań znalazły się więc zadania różnego typu. Zadania te wymagały od ucznia wiadomości z różnych dziedzin matematyki szkolnej. Sprawdzały też, czy uczniowie potrafią skorzystać z posiadanych umiejętności matematycznych przy rozwiązywaniu nieznanym im wcześniej problemów.

Obszar *Rozwiązywanie zadań tekstowych* został podzielony na cztery podobszary:

- *Selekcja informacji;*
- *Wyobraźnia geometryczna;*
- *Dostrzeganie zależności;*
- *Rozważanie możliwości.*

Na kolejnych stronach omawiamy zadania w kolejności wynikającej z podziału na te podobszary.

II.2.1.1. Opis podobszaru *Selekcja informacji*

W treści zadań użytych do badania w podobszarze *Selekcja informacji* podanych było więcej danych liczbowych niż potrzeba do znalezienia odpowiedzi na pytanie postawione w zadaniu. Do ich rozwiązania kluczowa jest umiejętność czytania tekstu matematycznego. Uczeń ma uważnie przeczytać tekst i wybrać z niego tylko te informacje, które są konieczne do znalezienia rozwiązania. Umiejętność rozwiązywania tego typu zadań przygotowuje uczniów do rozwiązywania rozbudowanych zadań matematycznych, w których uczeń musi zdecydować, które z podanych w tekście zadania informacji należy wykorzystać w kolejnych etapach rozwiązania.

Umiejętności te zostały opisane jako wymagania ogólne w podstawie programowej dla II i III etapu edukacyjnego jako *Wykorzystanie i tworzenie informacji*.

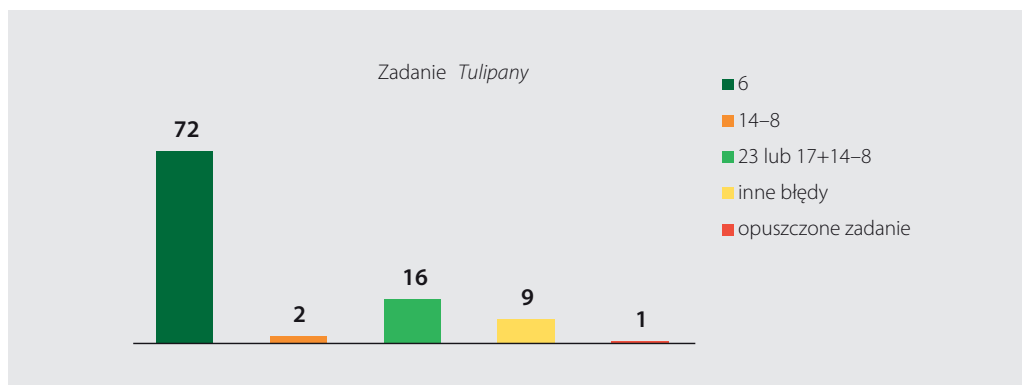
II.2.1.1.1. Analiza wykonania zadań z podobszaru *Selekcja informacji*

Zadanie Tulipany

Monika kupiła 14 tulipanów i 17 róż. Oddała 8 tulipanów sąsiadce. Ile tulipanów jej zostało?

Zadanie sprawdza, czy uczeń potrafi z tekstu zadania wybrać informacje konieczne do jego rozwiązania. Układ treści w dość wyraźny sposób wskazuje, która z informacji podanych w zadaniu nie jest potrzebna do znalezienia odpowiedzi na postawione pytanie.

Uczniowie najczęściej spotykają się z zadaniami, w których wszystkie informacje podane w ich treści muszą być wykorzystane do rozwiązania. Mimo to, zadanie *Tulipany* zostało poprawnie rozwiązane przez większość badanych uczniów. Wykres zamieszczony niżej przedstawia procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Tulipany*.



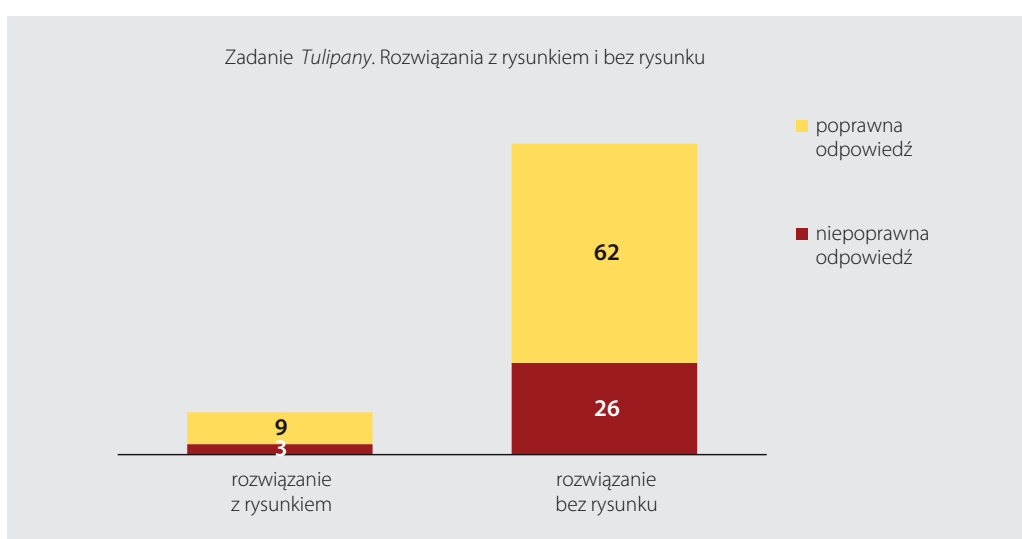
Wykres 7. Zadanie *Tulipany*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Prawie wszyscy uczniowie (99%) podjęli próbę rozwiązania tego zadania. Aż 72% uczniów rozwiązało je bezbłędnie, a kolejne 2% uczniów zapisało działanie prowadzące do rozwiązania zadania, ale nie podało wyniku lub popełniło błąd rachunkowy podczas obliczeń.

Wśród 25% uczniów, którzy rozwiązyali to zdanie niepoprawnie, prawie dwie trzecie nie zauważyło, że pytanie postawione w zadaniu dotyczy tulipanów, a nie kwiatów w ogóle i udzieliło odpowiedzi wynikającej z działania $14 + 17 - 8$. Prawdopodobnie ci uczniowie nieuważnie przeczytali treść zadania i założyli, że tak jak w podobnych zadaniach, z którymi spotykali się na lekcjach, trzeba będzie obliczyć pozostałą liczbę kwiatów. Możliwe, że w wyborze tej interpretacji wzmacniało ich przekonanie, że do rozwiązania zadania należy wykorzystać wszystkie liczby podane w jego treści.

Niektórzy uczniowie odjęli liczbę tulipanów oddanych sąsiadce od liczby róż kupionych przez Monikę. Można przypuszczać, że ci uczniowie popełnili jedynie błąd nieuwagi.

Około 12% badanych trzecioklasistów przy rozwiązywaniu zadania pomogło sobie rysunkiem. W 9% rysunek towarzyszył poprawnej odpowiedzi. Jest to dobry symptom, pokazujący, że uczniowie tworzą prezentację, która wspiera ich rozumowanie przy rozwiązywaniu zadań tekstowych. Na wykresie 8 podano rozkład poprawnych i niepoprawnych odpowiedzi uczniów, w rozbięciu na rozwiązania z rysunkiem i bez rysunku.



Wykres 8. Zadanie *Tulipany*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku.

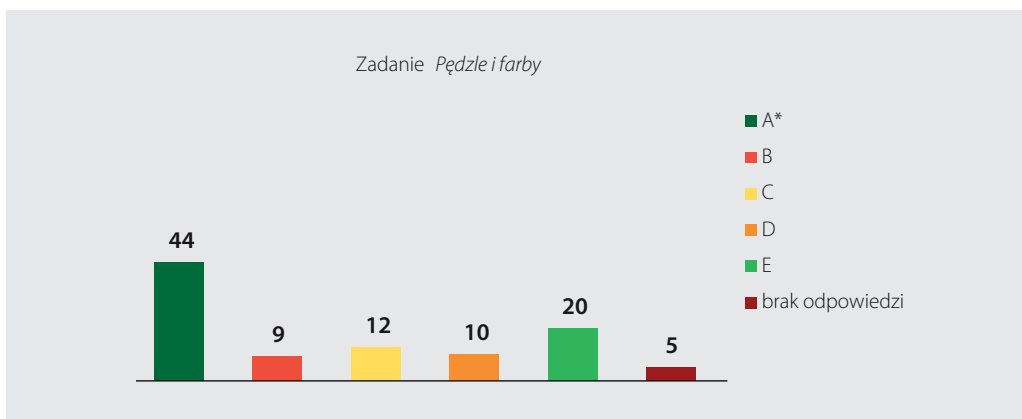
Zadanie *Pędzle i farby*

W pracowni plastycznej jest 20 pędzli, 15 tubek z farbą żółtą i 12 z niebieską. Każde dziecko ma otrzymać dwie tubki farb różnych kolorów i jeden pędzel. Dla ilu dzieci można przygotować taki zestaw?

- A. 12 B. 15 C. 20 D. 27 E. 47

Podobnie jak poprzednie zadania, także i to sprawdza, czy uczeń posiada umiejętność selektywnego korzystania z podanych w treści informacji. Tym razem struktura danych była bardziej skomplikowana. Wprowadzenie dużej liczby danych oraz dobór dystraktorów pozwoliło zauważyć, czy uczniowie potrafią krytycznie przeczytać tekst zadania, czy też działają mechanicznie, starając się wykorzystać wszystkie dane podane w zadaniu.

Wykres 9 przedstawia procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Pędzle i farby*.



Wykres 9. Zadanie *Pędzle i farby*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

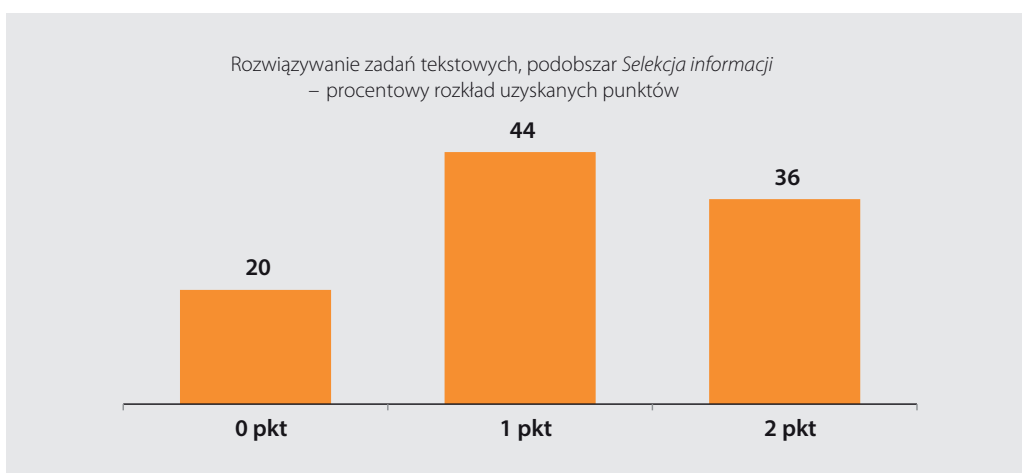
Ponad 40% badanych uczniów poradziło sobie z rozwiązaniem tego zadania. Wśród błędnych odpowiedzi uczniowie najczęściej wybierali odpowiedź E. 47 – sumowali liczbę pędzli (20), tubek farb żółtych (15) i niebieskich (12). Prawdopodobnie nie zrozumieli oni treści zadania i mechanicznie wykorzystali wszystkie liczby w nim podane.

Odpowiedź C. 20 wskazało 12% badanych. Ci uczniowie uważali, że liczba zestawów zależy tylko od liczby pędzli. Mogło to być spowodowane skupieniem uwagi na pierwszej liczbie zapisanej w zadaniu lub na informacji, że każde dziecko ma otrzymać jeden pędzel. Możliwe, że niektórzy z tych uczniów nie zauważyli, że każdy zestaw ma zawierać dwie tubki farb, być może dlatego, że ta informacja zapisana była słownie, a nie cyfrą. Mogło zafunkcjonować jedynie skojarzenie: pędzel i farba. Wszystkich farb jest więcej niż pędzli, więc tylko od liczby pędzli zależałoby wówczas, dla ilu dzieci można przygotować zestaw: pędzel i farba.

Aż 10% uczniów uważało, że liczba zestawów będzie równa liczbie wszystkich tubek z farbami. Ci uczniowie pominieli zarówno informację, że każdy zestaw musi zawierać pędzel, jak i to, że do zestawu potrzebne są dwie tubki farb w różnych kolorach.

II.2.1.1.2. Podsumowanie wyników dla podobszaru *Selekcja informacji* i rekomendacje

W obszarze *Rozwiązywanie zadań tekstowych*, w podobszarze *Selekcja informacji*, każdy uczeń mógł zdobyć maksymalnie 2 punkty. Wykres 10 prezentuje procentowy rozkład punktów uzyskanych przez trzecioklasistów.



Wykres 10. Obszar *Rozwiązywanie zadań tekstowych*, podobszar *Selekcja informacji*. Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów.

36% badanych poradziło sobie z poprawnym rozwiązaniem obu zadań z tego podobszaru. Ponad 3/4 uczniów, którzy otrzymali w tym podobszarze jeden punkt, uzyskali go za zadanie *Tulipany*.

Analizując uczniowskie odpowiedzi i zapisy rozwiązań w tym podobszarze rekomendujemy, aby podczas codziennej pracy z uczniami nauczyciele:

- przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania, dokładnie omawiali jego treść (prosil o powiedzenie własnymi słowami, dopuszczali do wygłaszania własnych interpretacji),
- stosowali zadania z nadmiarem danych, wymagające od dzieci selekcji informacji zawartych w tekście zadania i wykorzystywania do rozwiązania nie wszystkich danych;
- zapisywali liczby w zadaniach tekstowych zarówno słowami, jak i za pomocą cyfr;
- wykorzystywali różne formy zapisów informacji oraz używali zadań, w których występują np. tabele, wykresy, tabliczki, drogowskazy itp.;
- omawiali z uczniami różne sposoby porządkowania i korzystania z danych np. porównywanie liczb, wykonywanie rysunków, zapisywanie w tabeli, itp.

II.2.1.2. Opis podobszaru *Wyobraźnia geometryczna*

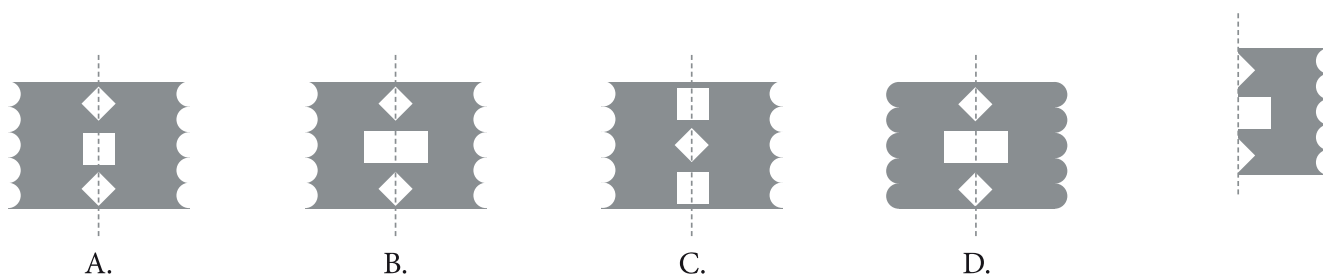
W zadaniach z podobszaru *Wyobraźnia geometryczna* uczeń musiał, oprócz umiejętności czytania tekstu matematycznego, wykazać się prawidłowym postrzeganiem obiektów przedstawionych na rysunku, rozumowaniem i umiejętnością wyciągania wniosków. Zadania te sprawdzały głównie, w jakim stopniu uczniowie mają wyrobione podstawowe intuicje geometryczne oraz jak sprawnie potrafią posługiwać się w wyobraźni figurami geometrycznymi. Wiele trudności, które uczniowie mają z rozwiązywaniem problemów geometrycznych (nawet w gimnazjum i liceum), wynika nie z braku wiadomości z geometrii, a z zaniedbań w kształtowaniu intuicji geometrycznych. Szczególnie ważne są pod tym względem pierwsze lata nauki. To wtedy uczniowie powinni rozwinąć wyobraźnię geometryczną do tego stopnia, by później móc swobodnie z niej korzystać na lekcjach geometrii.

Zadania geometryczne zaproponowane w zestawie oparte były na rysunkach. Do ich rozwiązania niezbędna jest wyobraźnia geometryczna, która na lekcjach powinna być kształtowana nie tylko za pomocą rysunków, ale także konkretnych przedmiotów oraz modeli figur płaskich i przestrzennych.

II.2.1.2.1. Analiza wykonania zadań z podobszaru *Wyobraźnia geometryczna*

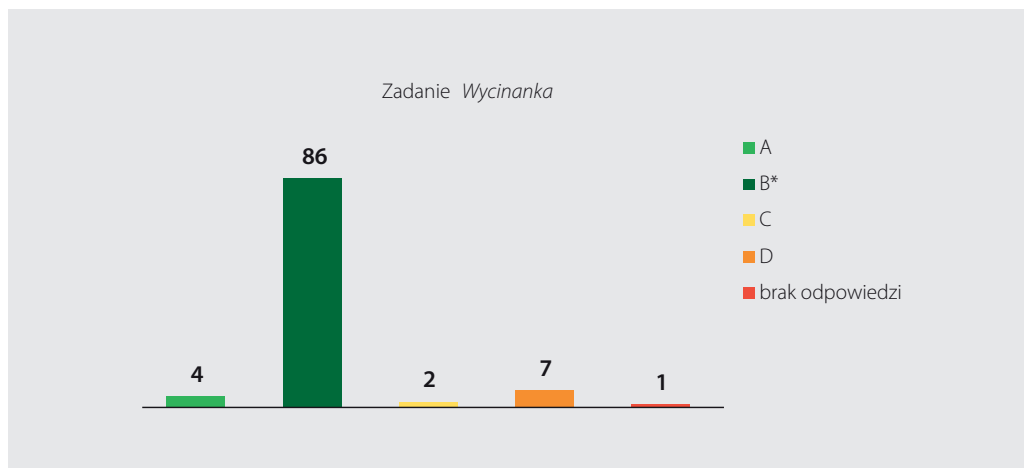
Zadanie *Wycinanka*

Z prostokątnej kartki złożonej na pół wycinamy wzór w sposób pokazany na rysunku. Który rysunek pokazuje, jak będzie wyglądała kartka po rozłożeniu?



Zadanie sprawdza, czy uczeń rozumie pojęcie symetrii i potrafi wyobrazić sobie drugą połowę figury symetrycznej oraz czy posiada umiejętność dostrzegania zależności z niej wynikających.

Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Wycinanka* przedstawia wykres 11.

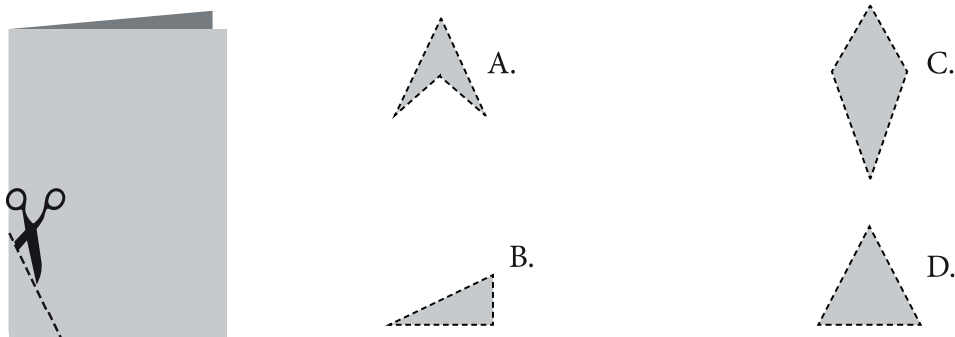


Wykres 11. Zadanie *Wycinanka*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Rozwiązanie zadania nie sprawiło uczniom trudności – poprawną odpowiedź wskazało aż 86% badanych. Trzecioklasiści, którzy wskazali odpowiedź D, stanowili 7% badanych. Prawdopodobnie ci uczniowie nie mieli także problemów z wyobrażeniem sobie drugiej połowy figury symetrycznej. Wybierając odpowiedź, skupili się jednak na elementach znajdujących się bliżej osi symetrii i nie zwrócili uwagi na brzeg wycinanki.

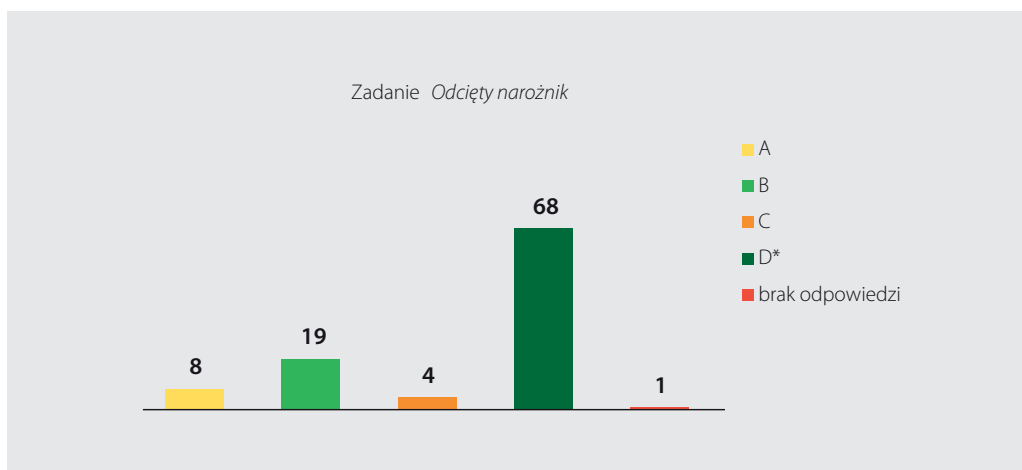
Zadanie *Odcięty narożnik*

Z prostokątnej kartki złożonej na pół Ania odcięła nożyczkami narożnik w sposób pokazany na rysunku. Wskaż figurę, którą otrzymała Ania, gdy rozłożyła odcięty narożnik.



Zadanie, podobnie jak poprzednie z tego podobszaru, sprawdza, czy uczeń potrafi narysować lub wyobrazić sobie drugą połowę figury symetrycznej. Tym razem jednak na rysunku nie została pokazana oś symetrii, uczeń musiał ją sam skonstruować w umyśle.

Poniższy wykres przedstawia procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Odcięty narożnik*.

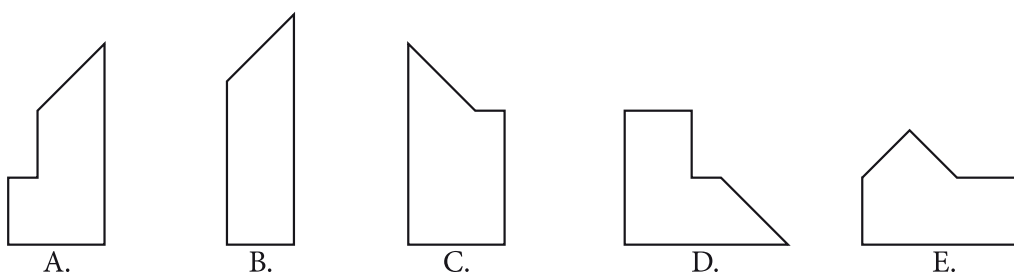


Wykres 12. Zadanie *Odcięty narożnik*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Prawidłową odpowiedź wskazało 68% uczniów. Aż 19% trzecioklasistów zaznaczyło odpowiedź B, czyli kształt odciętego narożnika jeszcze przed jego rozłożeniem. Być może uczniowie ci niestarannie czytali treść zadania i nie zauważyli, że kartka przed odcięciem narożnika została złożona na pół. Odpowiedź A. wskazało 8% trzecioklasistów. Można sobie wyobrazić, że taki wygląd ma narożnik podczas rozkładania, gdy patrzymy na niego z góry (nieco skosem).

Zadanie *Układanka*

Asia ma jedną kartkę w kształcie prostokąta, jedną w kształcie kwadratu i jedną w kształcie trójkąta – takie jak na rysunku obok. Układa je obok siebie i w ten sposób tworzy nowe figury. Której figury nie uda jej się ułożyć z tych trzech kartek?

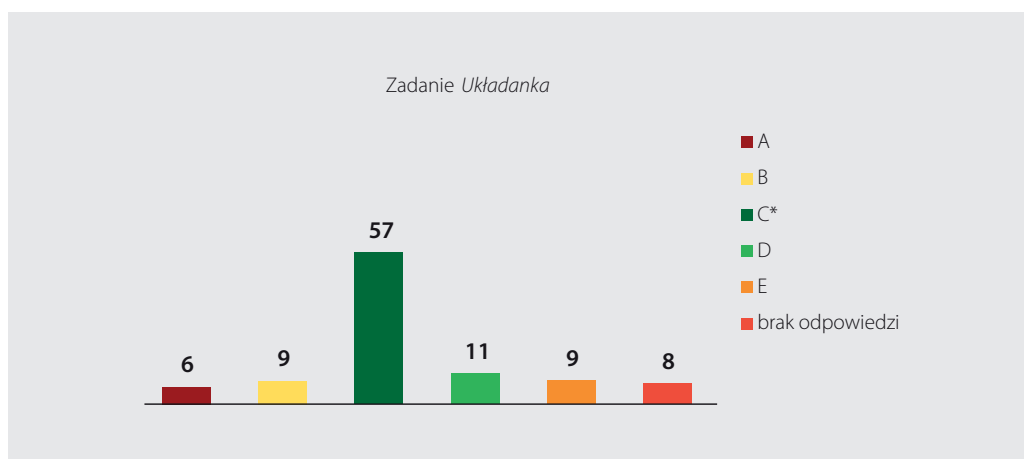


Zadanie bada umiejętność wyobrażania sobie układu figur, z których budowane są inne figury.

Poprawną odpowiedź na to pytanie uczeń mógł wskazać bez posługiwania się przyborami geometrycznymi.

Zadanie wymagało od uczniów manipulowania figurami w wyobraźni i umiejętności intuicyjnego posługiwania się własnościami figur i ich kształtem. Należało przy tym skupiać uwagę nie na całościowym obrazie figur, ale na długościach boków czy wielkościach kątów. Czasami długości boków dwóch różnych figur sumowały się i w ten sposób nie mogły być kojarzone z długością boku żadnej z pojedynczych figur. Aby wyobrazić sobie, w jaki sposób narysowane figury mogą być zbudowane z prostokąta, kwadratu i trójkąta, wystarczyło dokonywać w myśli manipulacji, polegających na przesuwaniu i obracaniu tych figur na płaszczyźnie. Nie było konieczności odwracania w wyobraźni trójkąta na drugą stronę, co jest dla dzieci znacznie trudniejszą operacją.

Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Układanka* przedstawia wykres 13.

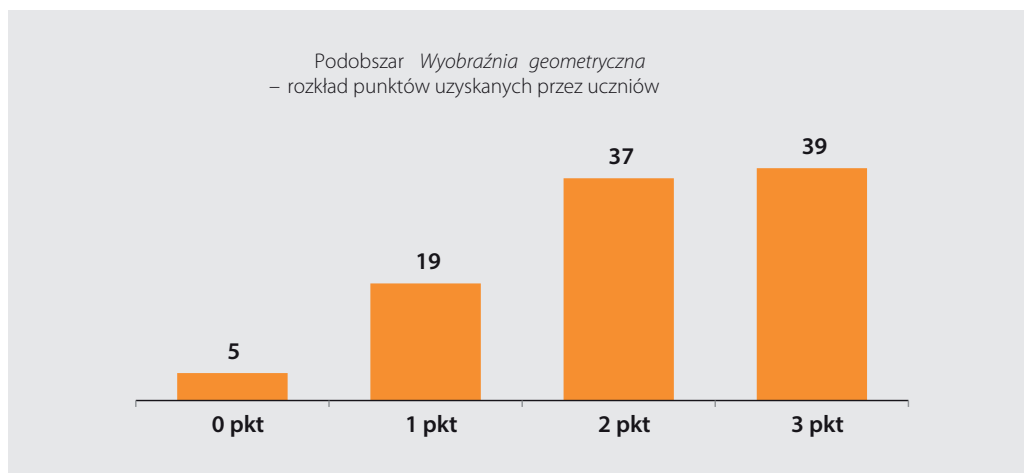


Wykres 13. Zadanie *Układanka*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Zadanie to okazało się dla uczniów najtrudniejsze z całego podobszaru *Wyobraźnia geometryczna*. Poprawnie rozwiązało je 57% badanych trzecioklasistów, wskazując odpowiedź C. Ponad 10% uczniów uważało, że nie uda się ułożyć figury D. Prawdopodobnie wybrali ją dlatego, że ma bardziej złożony kształt niż inne figury. Uczniowie, którzy wskazali odpowiedź E. (9% badanych), być może nie potrafili obrócić w wyobraźni trójkąta prostokątnego.

II.2.1.2.2. Podsumowanie wyników dla podobszaru *Wyobraźnia geometryczna* i rekomendacje

W obszarze *Rozwiązywanie zadań tekstowych*, w podobszarze *Wyobraźnia geometryczna*, każdy uczeń mógł zdobyć maksymalnie 3 punkty. Wykres 14 pokazuje procentowy rozkład punktów uzyskanych przez trzecioklasistów.



Wykres 14. Obszar *Rozwiązywanie zadań tekstowych*, podobszar *Wyobraźnia geometryczna*. Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów.

Niemal 40% badanych trzecioklasistów rozwiązało poprawnie wszystkie trzy zadania z tego podobszaru. Kolejne 37% – dwa zadania. Prawie ¼ badanych uczniów ma niedostatecznie wyrobioną wyobraźnię geometryczną, to uczniowie, którzy rozwiążali poprawnie co najwyżej jedno zadanie, najczęściej to zadanie *Wycinanka*.

Z analizy wyników zbiorczych wynika, że uczniowie nieźle poradzi sobie z użytymi w badaniu zadaniami geometrycznymi. Warto jednak zwrócić uwagę, że w zadaniach tych stopniowane jest tzw. dynamiczne spojrzenie na geometrię. W zadaniu *Wycinanka* wystarczyło rozpoznać własności nieruchomej figury. W kolejnym zadaniu, *Odcięty narożnik*, dochodziło jeszcze wyobrażenie sobie ruchu przy rozkładaniu odciętego narożnika kartki. Najwięcej wyobrażenia sobie ruchu figur (lub jego efektu) wymagało zadanie

Układanka. Okazało się, że im bardziej dynamiczne jest zadanie, tym większe sprawia trudności (współczynniki trudności tych zadań to odpowiednio: 86%, 68% i 57%). To kolejny argument za tym, by nauczanie geometrii na tym wczesnym etapie nasycić ćwiczeniami polegającymi na manipulowaniu figurami geometrycznymi, by była to także geometria „w ruchu”.

Przy kształtowaniu wszystkich umiejętności matematycznych istotna jest aktywność dziecka, ale przy kształtowaniu wyobraźni geometrycznej jest ona wręcz nieodzowna. Nie da się rozwijać właściwych intuicji geometrycznych bez ćwiczeń, w których uczeń może samodzielnie manipulować modelami figur geometrycznych. Podczas takich manipulacji uczeń ma możliwość porównywania ich własności, tj. długości boków, wielkości kątów. W ten sposób uwaga ucznia przesuwana jest z globalnego (całościowego) rozpoznawania kształtu na własności figur. To zaś pomaga w umiejętności opisywania figur, będącej podstawą do ich definiowania na dalszych etapach edukacyjnych. Aby rozwijać umiejętności uczniów związane z wyobraźnią geometryczną w codziennej pracy z uczniami, zachęcamy nauczycieli, aby między innymi:

- wykorzystywali podczas zajęć tangramy, klocki, kostki, geoplany;
- stosowali ćwiczenia, w których uczniowie tną lub składają kartki papieru oraz rysują i wycinają figury o różnych kształtach;
- stwarzali uczniom okazje do manipulowania różnymi figurami, budowania z kilku figur innej figury lub rozcinań złożonej figury na inne;
- stosowali zadania o charakterze zagadek geometrycznych, gry i układanki, w których wykorzystuje się własności figur.

II.2.1.3. Opis podobszaru *Dostrzeganie zależności*

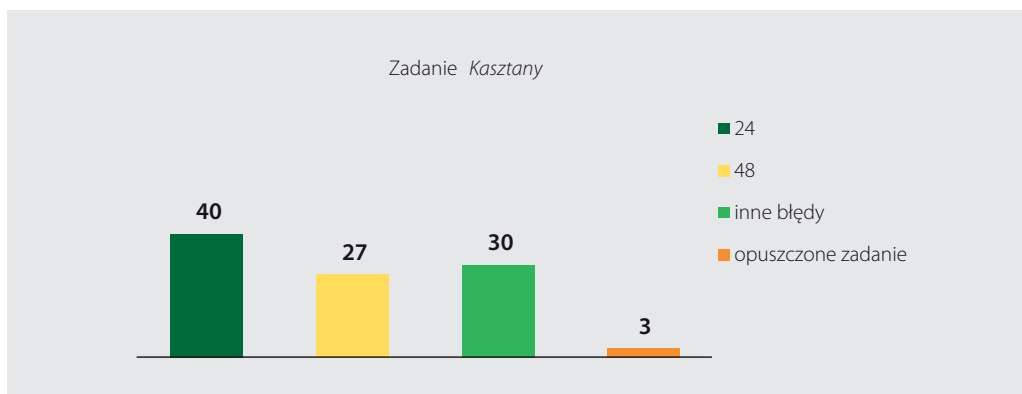
W zadaniach z podobszaru *Dostrzeganie zależności* uczeń musiał wykazać się uważną analizą tekstu zadania, umiejętnością dostrzeżenia zależności między informacjami w nim podanymi, rozumowaniem i wyciąganiem wniosków. Umiejętność rozwiązywania tego typu zadań na I etapie edukacyjnym przygotowuje uczniów do rozwiązywania na kolejnych etapach zadań, w których istotną rolę odgrywa modelowanie matematyczne, rozumowanie i tworzenie strategii. Są to najważniejsze cele nauczania matematyki opisane w podstawie programowej.

II.2.1.3.1. Analiza wykonania zadań z podobszaru *Dostrzeganie zależności*

Zadanie Kasztany

Agata robiła ludziki z kasztanów. Na wykonanie dwóch ludzików potrzebowała 8 kasztanów. W ciągu dziesięciu minut zrobiła 3 ludziki. Ile kasztanów potrzebuje Agata na wykonanie 6 ludzików?

Zadanie sprawdza, czy uczeń potrafi dokonać selekcji informacji podanych w treści zadania (nie wszystkie są konieczne do jego rozwiązania), dostrzec zależności między podanymi wielkościami i wyciągnąć wnioski, prowadzące do znalezienia odpowiedzi na pytanie postawione w zadaniu. Poniższy wykres przedstawia procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Kasztany*.

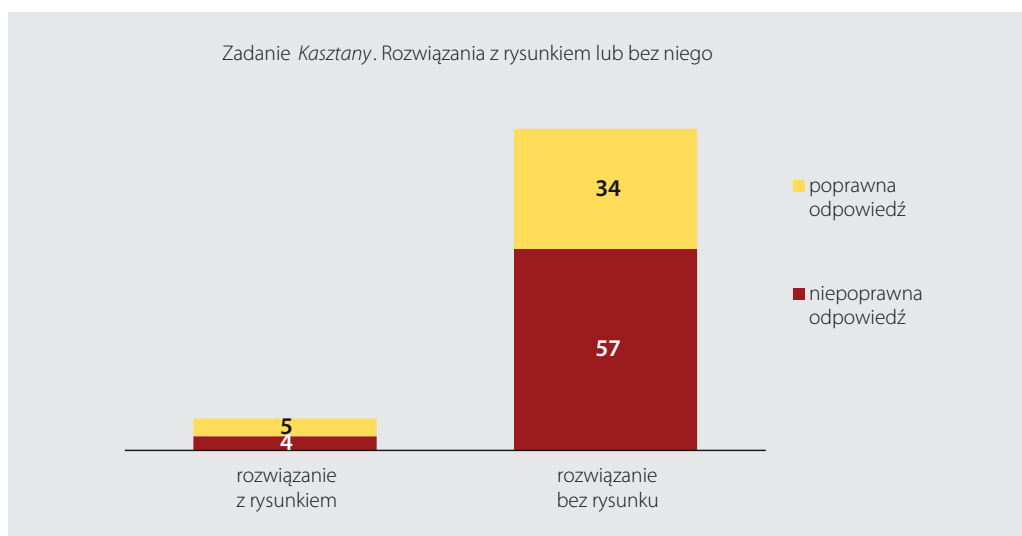


Wykres 15. Zadanie *Kasztany*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Zadanie okazało się dla uczniów trudne. Tylko 40% z nich rozwiązało je poprawnie. Uczniowie ci posługiwali się na ogół jedną z dwóch strategii: zapisywali rozwiązanie w postaci dwóch działań: $8 : 2 = 4$ oraz $4 \cdot 6 = 24$ albo zauważali, że Agacie potrzeba trzy razy więcej kasztanów, niż na wykonanie dwóch ludzików i pisali tylko: $8 + 8 + 8 = 24$ albo $3 \cdot 8 = 24$. Ta druga grupa uczniów to tacy, którzy wiedzą, że do rozwiązania tego zadania nie trzeba najpierw policzyć, ile kasztanów potrzebuje Agata na wykonanie jednego ludzika. Czują już oni zatem, jak działa proporcjonalność w matematyce.

Wśród 60% uczniów, którzy nie poradzili sobie z rozwiązaniem tego zadania, prawie połowa uznała, że poprawną odpowiedzią jest 48. Najprawdopodobniej uczniowie ci skupili się na tych liczbach w zadaniu, które były zapisane cyframi i nie zauważyli, że 8 kasztanów jest potrzebne do wykonania dwóch ludzików. Zaledwie 3% uczniów opuściło to zadanie, czyli mimo złożonej treści nie wystraszyło ono większości uczniów.

Tylko 9% badanych uczniów przy rozwiązywaniu zadania pomogło sobie rysunkiem. Wykres 16 prezentowany niżej pokazuje rozkład odpowiedzi uczniów w podziale na rozwiązania z rysunkiem i bez rysunku.



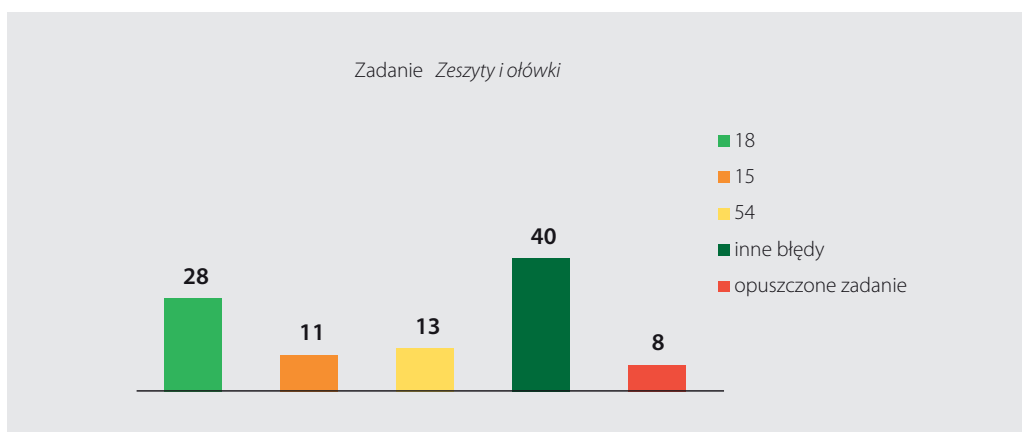
Wykres 16. Zadanie *Kasztany*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku.

Zadanie *Zeszyty i ołówki*

Karol kupił 2 zeszyty i 3 ołówki. Zapłacił za wszystko 6 zł. Wojtek kupił 6 takich samych zeszytów i 9 takich samych ołówków. Ile zapłacił Wojtek za swoje zakupy?

Zadanie sprawdza, czy uczeń potrafi dostrzec zależność pomiędzy informacjami przedstawionymi w tekście i wykorzystać je do znalezienia rozwiązania. Prawdopodobnie uczniowie nie spotkali się podczas lekcji matematyki z podobnym zadaniem. Mnożenie w aspekcie zmiany proporcjonalnej rzadko pojawia się w nauczaniu wczesnoszkolnym.

Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Zeszyty i ołówki* przedstawia się następująco:



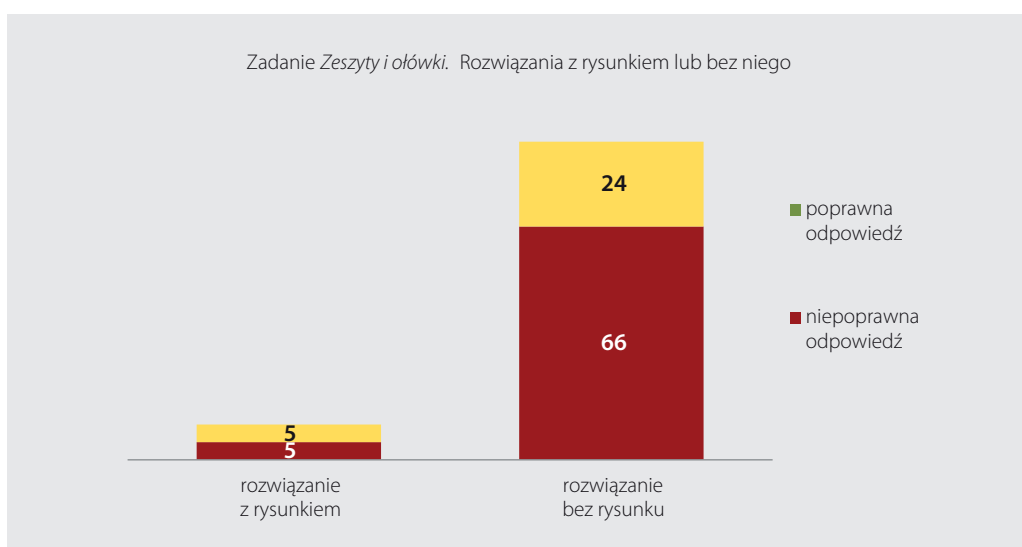
Wykres 17. Zadanie *Zeszyty i ołówki*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Zadanie okazało się wyjątkowo trudne dla badanych trzecioklasistów. Poprawną odpowiedź podało tylko 28% uczniów. Często uczniowie ci zapisywali tylko odpowiedź: 18 zł, bez obliczeń.

Zdarzali się też uczniowie, którzy dobierali sobie ceny ołówka – 1 zł i zeszytu – 1 zł 50 gr tak, żeby był spełniony warunek podany w pierwszym zdaniu tekstu zadania. Korzystając z tych cen, obliczali, ile zapłaci za swoje zakupy Wojtek. Ci uczniowie nie potrafili jeszcze zauważyć zależności pomiędzy kwotą zapłaconą przez Karola a kwotą, którą zapłaci Wojtek. Uważali, że do rozwiązania zadania muszą poznać ceny kupowanych przedmiotów.

Aż 13% uczniów jako odpowiedź podało liczbę 54. Często wynikowi temu towarzyszyło działanie $6 \cdot 9 = 54$. Uczniowie ci, prawdopodobnie, zauważyli taką zależność: 2 (zeszyty) \cdot 3 (ołówki) = 6 (złotych) i uznali ją za właściwą strategię rozwiązania zadania. Widać tutaj typową postawę polegającą na próbie manipulowania liczbami. Wśród badanych trzecioklasistów 11% z nich jako wynik podało: 15 zł. Zdarzało się, że temu wynikowi towarzyszyło działanie $6 + 9 = 15$.

10% badanych trzecioklasistów wspomogło się przy rozwiązywaniu tego zadania rysunkiem. Poniższy wykres pokazuje rozkład odpowiedzi uczniów, uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku.



Wykres 18. Zadanie *Zeszyty i ołówki*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku.

Można przypuszczać, że ponieważ uczniowie nie rozpoznali struktury zależności występujących w zadaniu, nie potrafili ich również zinterpretować na rysunku.

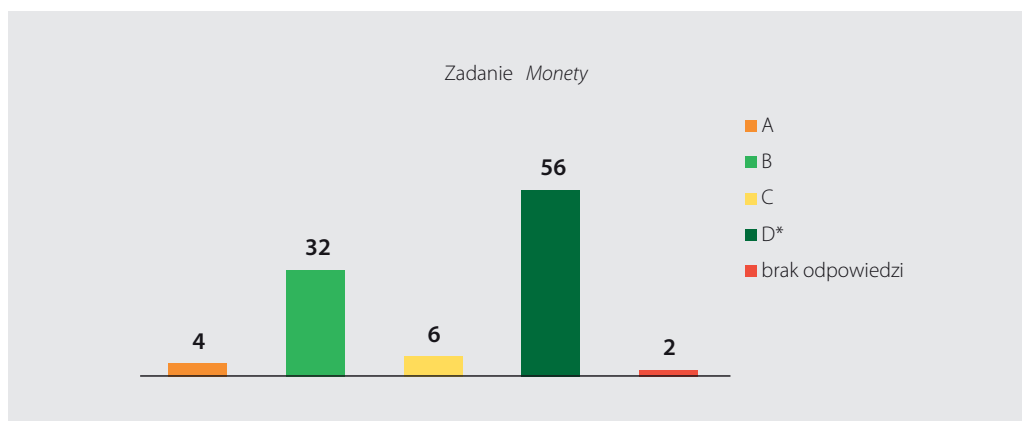
Zadanie *Monety*

Marcin miał zapłacić za zakupy 35 zł. Dał kasjerce banknot 50 zł. Kasjerka wydała mu resztę samymi monetami pięćzłotowymi. Ile monet otrzymał Marcin?

- A. 30 B. 15 C. 7 D. 3

Zadanie bada, czy uczeń potrafi uważnie przeczytać tekst i dostrzec zależność między wielkościami podanymi w zadaniu.

Na wykresie zamieszczonym poniżej przedstawiono procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Monety*.

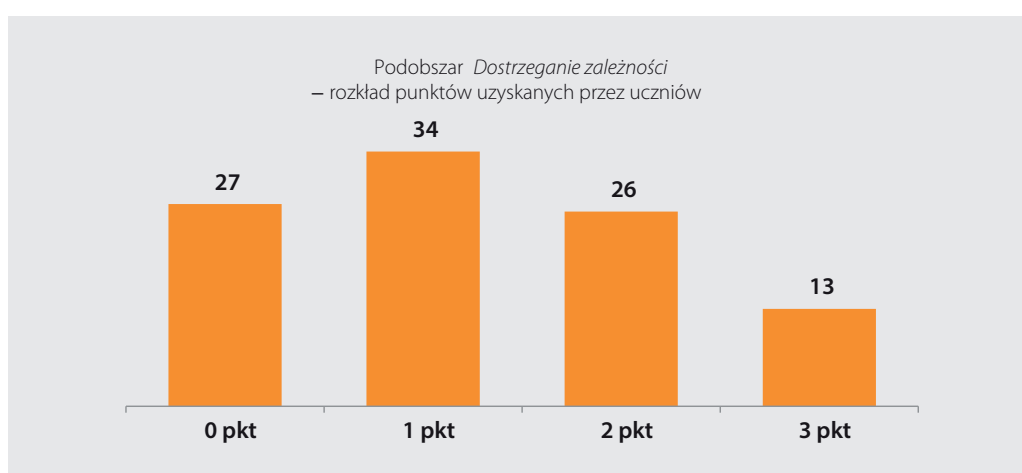


Wykres 19. Zadanie *Monety*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Zadanie *Monety* okazało się dla uczniów najłatwiejszym w podobszarze *Dostrzeganie zależności*. Zapewne wpływ na to miało i to, że było to jedyne zadanie zamknięte w tym zestawie. Poprawnej odpowiedzi (D. 3) udzieliło 56% badanych trzecioklasistów. Aż 32% uczniów zaznaczyło odpowiedź B. 15 – obliczyli oni, ile złotych reszty otrzymał Marcin i na tym poprzestali. Prawdopodobnie, nie zauważyli oni, że pytanie w zadaniu dotyczy liczby monet, a nie kwoty reszty.

II.2.1.3.2. Podsumowanie wyników dla podobszaru *Dostrzeganie zależności* i rekomendacje

W obszarze *Rozwiązywanie zadań tekstowych*, w podobszarze *Dostrzeganie zależności*, każdy uczeń mógł zdobyć maksymalnie 3 punkty. Wykres 20 pokazuje procentowy rozkład punktów uzyskanych przez badanych trzecioklasistów w tym podobszarze.



Wykres 20. Obszar *Rozwiązywanie zadań tekstowych*, podobszar *Dostrzeganie zależności*. Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów.

Wszystkie trzy zadania z podobszaru *Dostrzeganie zależności* rozwiązało tylko 13% badanych uczniów. Ponad 60% z nich rozwiązało co najwyżej jedno, najczęściej było to zadanie *Monety*.

Umiejętności badane zadaniami z podobszaru *Dostrzeżenie zależności* są bardzo ważne na kolejnych etapach edukacyjnych. Rozwiązanie większości problemów matematycznych polega na dostrzeżeniu związków między różnymi wielkościami. Pomiędzy tymi zależnościami występuje zmiana proporcjonalna, jeden z najistotniejszych w obszarze matematycznych związków. W szkolnym nauczaniu matematyki, na I etapie edukacji, występuje ona wielokrotnie w zadaniach dotyczących kupowania (zależność między ceną jednostkową, ilością a wartością). W świetle wyników badania OBUT^m2014 wydaje się, że ta zależność jest rozpatrywana w szkole w sposób bardzo sztywny. Aby lepiej przygotować uczniów do pracy z tego typu zadaniami, proponujemy, aby nauczyciele:

- umożliwiali uczniom działania na konkretach: manipulowanie, przekładanie, odkładanie, dokładanie oraz stwarzali sytuacje problemowe o charakterze praktycznym;
- wykorzystywali typowe i nietypowe zadania do analizowania zależności między informacjami podanymi w tekście zadania;
- stwarzali sytuacje, w których uczeń może dokonywać obserwacji wzajemnych związków między informacjami zapisanymi w tekście;
- ćwiczyli z uczniami różne sposoby porządkowania informacji podanych w tekście zadania, np. za pomocą schematycznego zapisu, rysunku, tabeli;
- poszerzyli znaczenie związków wprowadzających w rozumienie zmiany proporcjonalnej (budowali intuicję dla porównywania ilorazowego).

II.2.1.4. Opis podobszaru *Rozważanie możliwości*

W zadaniach z podobszaru *Rozważanie możliwości* uczeń musiał wykazać się uważną analizą tekstu zadania, dobraniem odpowiedniego modelu matematycznego i przeprowadzeniem prostego rozumowania.

Umiejętności te są szczególnie przydatne przy rozwiązywaniu problemów, w których uczeń musi kontrolować spełnianie więcej niż jednego warunku. Na tym etapie nauczania skuteczne okazuje się dobrze zaplanowane stosowanie metody prób i poprawek, czyli podjęcie próby odgadnięcia możliwego rozwiązania, a później sprawdzenie, czy propozycja spełnia warunki zadania, a następnie ewentualne skorygowanie odpowiedzi.

II.2.1.4.1. Analiza wykonania zadań z podobszaru *Rozważanie możliwości*

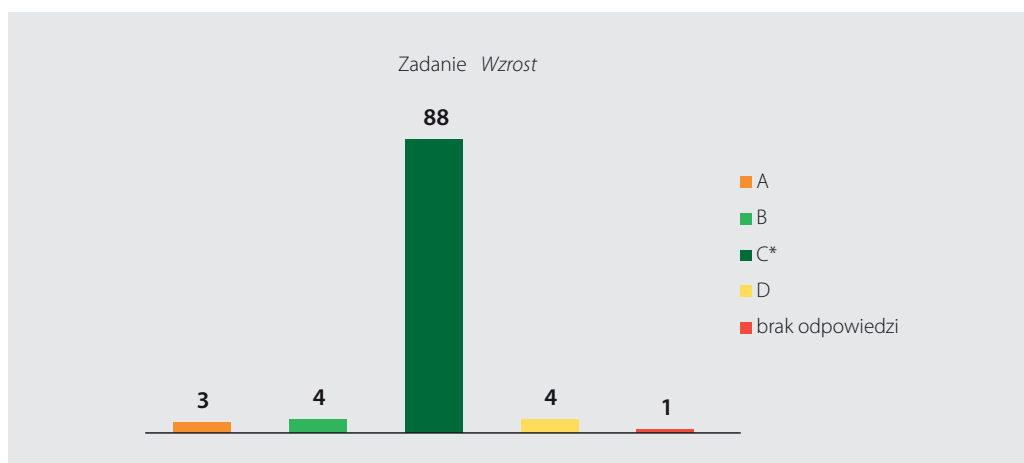
Zadanie *Wzrost*

Basia ma 156 cm wzrostu, a Zosia 165 cm. Marta jest wyższa od Basi, ale niższa od Zosi. Na jednej z tabliczek zapisano wzrost Marty. Która to tabliczka?

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| A. | B. | C. | D. |
| 175 cm | 166 cm | 159 cm | 155 cm |

Zadanie sprawdza, czy uczeń potrafi ustalić relacje między wielkościami podanymi w tekście i spośród przedstawionych odpowiedzi wybrać tę, która spełnia oba przedstawione w zadaniu warunki. Rozwiązanie zadania wymaga uważnego przeczytania tekstu oraz wypracowania strategii analizy danych w kierunku znalezienia rozwiązania.

Oto jak przedstawia się procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Wzrost*.



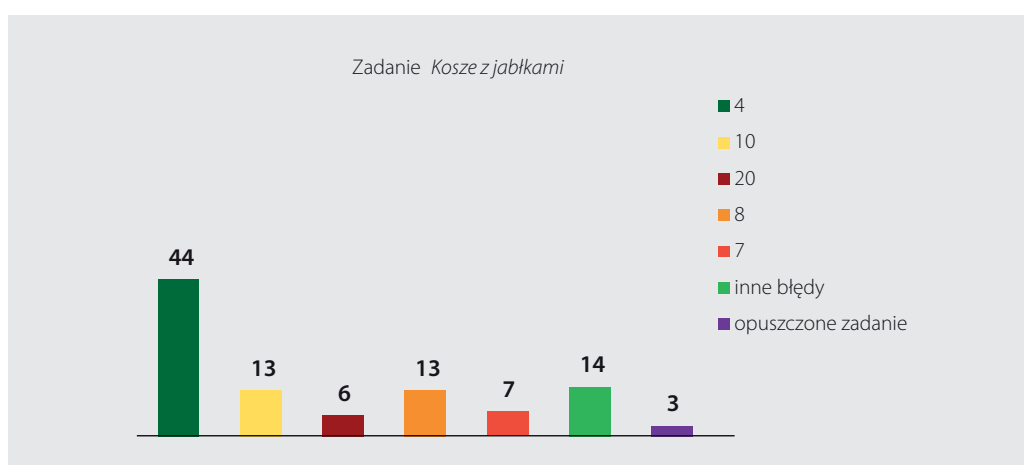
Wykres 21. Zadanie *Wzrost*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Poprawną odpowiedź wskazało aż 88% badanych trzecioklasistów. Uczniowie, którzy wybierali odpowiedź A. 175 cm, prawdopodobnie brali pod uwagę tylko warunek, że Marta jest wyższa od Basi i zaznaczali pierwszą spełniającą ten warunek odpowiedź. Podobnie być może postępowali uczniowie, którzy swoją uwagę skupiali na informacji, że Marta jest niższa od Zosi i wybierali odpowiedź D. 155 cm.

Zadanie *Kosze z jabłkami*

W pierwszym koszu jest 14 jabłek, a w drugim 6 jabłek. Ile jabłek trzeba przełożyć z pierwszego do drugiego kosza, żeby w obydwu było po tyle samo jabłek?

Zadanie bada, czy uczeń potrafi dostrzec, jak zmienia się różnica między liczbą jabłek w obu koszach przy przekładaniu jabłek z jednego kosza do drugiego. Kluczowe jest tu umiejętne dobranie przez ucznia wygodnego dla niego modelu matematycznego. Uczniowie nie znają jeszcze metod algebraicznych, więc sami muszą skonstruować skuteczny własny model. Wykres 22 pokazuje procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Kosze z jabłkami*.

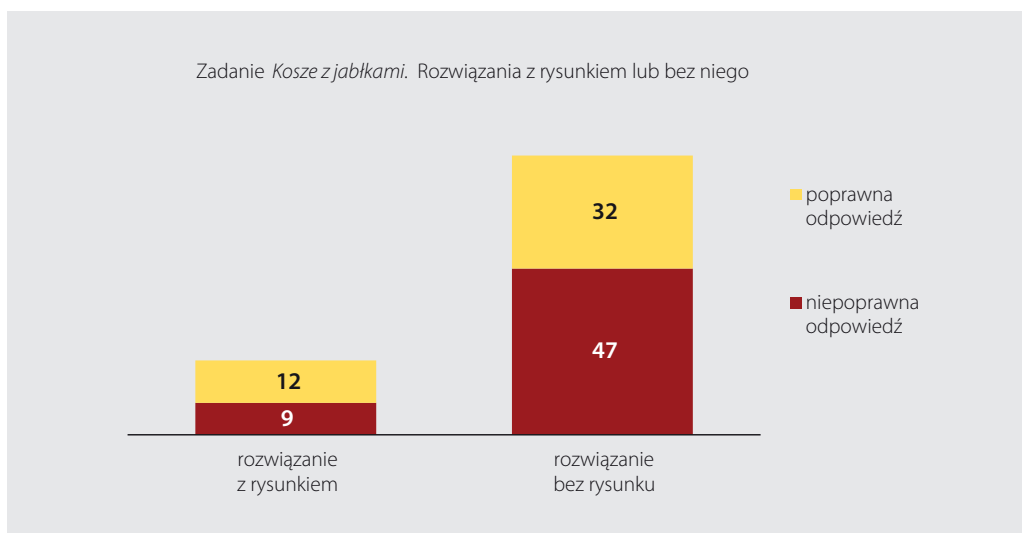


Wykres 22. Zadanie *Kosze z jabłkami*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Ponad 40% badanych trzecioklasistów poprawnie rozwiązało to zadanie. Byli wśród nich uczniowie, którzy jako odpowiedź zapisali tylko liczbę 4. Ale aż 25% badanych zapisało działania pozwalające stwierdzić, ile jabłek należy przenieść, np.: $14 + 6 = 20$, $20 : 2 = 10$ albo $14 - 4 = 10$ albo $6 + 4 = 10$ albo $14 - 6 = 8$, $8 : 2 = 4$.

Na ustaleniu, że w obu koszach musi być po 10 jabłek, poprzestało 13% uczniów. Być może ci uczniowie zbyt mocno skupili się na ustaleniu równej liczby jabłek w koszach i uznali, że to już pełne rozwiązanie zadania. Także 13% uczniów obliczyło tylko, że różnica jabłek między koszami wynosi 8. Być może ci uczniowie nie umieli wymyślić dalszej drogi postępowania.

Ponad 20% badanych uczniów wykonało do zadania rysunek. Czasami był to rysunek pomocniczy, a czasami za jego pomocą uczeń przedstawiał rozwiązanie zadania. Rozkład odpowiedzi uczniów w tym zadaniu, uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku, zamieszczamy na wykresie 23.



Wykres 23. Zadanie *Kosze z jabłkami*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów uwzględniający rozwiązanie z rysunkiem lub bez rysunku.

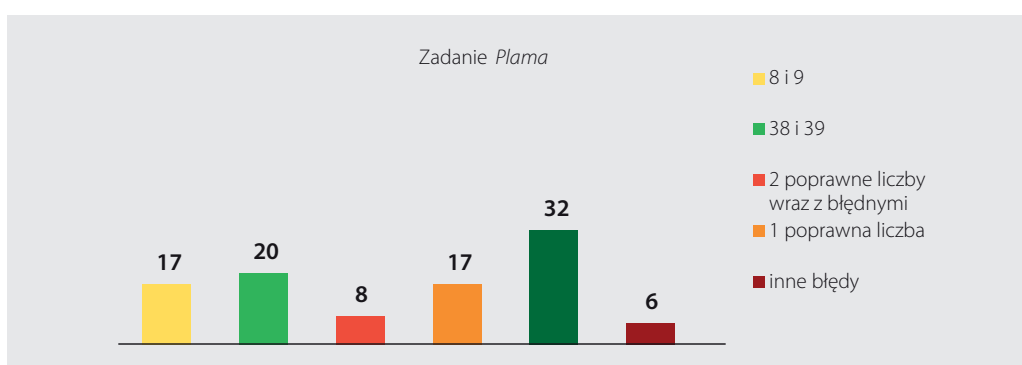
Prawie 60% z grupy uczniów, którzy sporządzili rysunek, rozwiązała zadanie poprawnie. Odsetek poprawnych odpowiedzi wśród tych, którzy rysunku nie wykonali, był znacznie niższy i wyniósł ok. 40%.

Zadanie *Plama*

W dodawaniu $55 + 3$ plama zasłoniła jedną cyfrę. Wynik tego działania jest większy niż 92. Jaka cyfra może kryć się pod plamą? Podaj wszystkie możliwości.

To zadanie wymagało od ucznia rozważania różnych możliwych rozwiązań przedstawionego problemu i wybrania tych, które spełniają warunki podane w zadaniu. Uczeń musiał zastosować swoją wiedzę, związaną z dodawaniem z przekroczeniem progu dziesiątkowego. Wybranie możliwości rozwiązania polegało na wykazaniu się świadomością, że rozwiązań jest kilka oraz na tym, że jest ich ograniczona ilość (tylko dwa).

Na wykresie 24. przedstawiono procentowy rozkład odpowiedzi uczniów w zadaniu *Plama*.



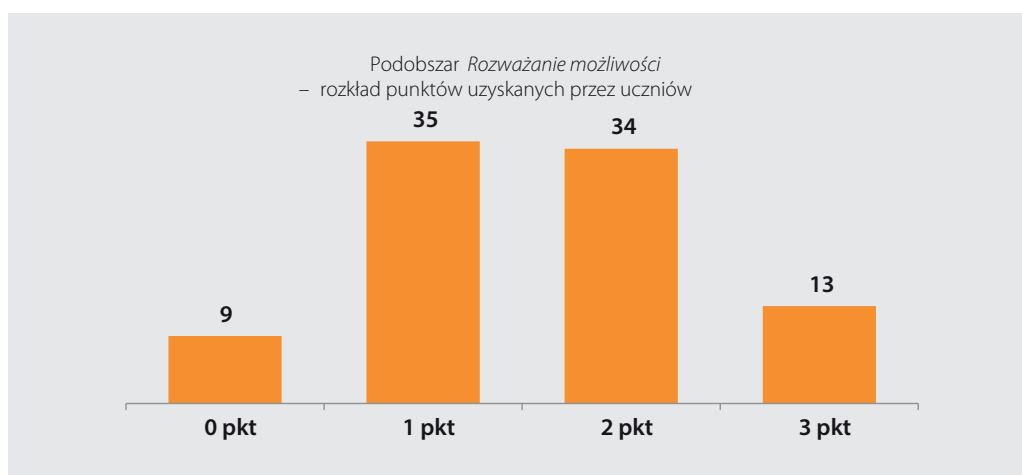
Wykres 24. Zadanie *Plama*. Procentowy rozkład odpowiedzi uczniów.

Poprawne rozwiązanie zadania – wskazanie cyfr 8 i 9 – przedstawiło 17% badanych uczniów. Kolejne 20% zapisało jako rozwiązanie liczby 38 i 39, bez wyróżnienia cyfr 8 i 9 w tych liczbach. Najczęściej tacy uczniowie zapisywali dwa działania: $55 + 38 = 93$ i $55 + 39 = 94$. Można więc powiedzieć, że to zadanie potrafiło rozwiązać 37% uczniów.

Wśród badanych trzecioklasistów 17% poprzestało na ustaleniu jednej poprawnej odpowiedzi. Ci uczniowie mają więc kompetencje dotyczące dodawania liczb dwucyfrowych, ale nie potrafią wykazać się pełną umiejętnością analizowania danych pod kątem wszystkich możliwości.

II.2.1.4.2. Podsumowanie wyników dla podobszaru *Rozważanie możliwości* i rekomendacje

W obszarze *Rozwiązywanie zadań tekstowych*, w podobszarze *Rozważanie możliwości*, każdy uczeń mógł zdobyć maksymalnie 3 punkty. Wykres 25 pokazuje procentowy rozkład punktów uzyskanych przez badanych trzecioklasistów.



Wykres 25. Obszar *Rozwiązywanie zadań tekstowych*, podobszar *Rozważanie możliwości*. Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów.

Wszystkie trzy zadania z podobszaru *Rozważanie możliwości* rozwiązało tylko 22% badanych uczniów. Ponad 40% uczniów rozwiązało co najwyżej jedno z nich – najczęściej było to zadanie *Wzrost*.

W tym podobszarze znalazły się zadania, w których uczeń musiał rozważyć różne możliwe rozwiązania i wybrać te, które spełniają warunki opisane w treści zadania. Aby uczniowie coraz lepiej radzili sobie z rozwiązywaniem takich problemów, proponujemy, aby nauczyciele:

- zachęcali uczniów do podejmowania prób odgadnięcia rozwiązania i sprawdzenia, czy propozycja spełnia warunki zadania;
- kształtowali umiejętność racjonalnego stosowania przez dzieci metody prób i poprawek w rozwiązywaniu zadań;
- stosowali zadania, które mają więcej niż jedną poprawną odpowiedź;
- zachęcali uczniów do poszukiwania różnych sposobów rozwiązania problemu i pokazywania tych sposobów innym uczniom.

II.2.2. Podsumowanie obszaru *Rozwiązywanie zadań tekstowych*

Rozwiązywanie zadań tekstowych w dużym stopniu wiąże się z umiejętnością uważnego przeczytania tekstu, zrozumienia jego struktury, zauważenia informacji koniecznych do rozwiązania postawionego w nim problemu i znalezienia własnej strategii jego rozwiązania. W obszarze *Rozwiązywanie zadań tekstowych* każdy uczeń mógł zdobyć maksymalnie 11 punktów. Procentowy rozkład punktów uzyskanych w tym obszarze przez badanych trzecioklasistów pokazuje wykres 26.



Wykres 26. Procentowy rozkład liczby punktów uzyskanych przez uczniów w obszarze *Rozwiązywanie zadań tekstowych*.

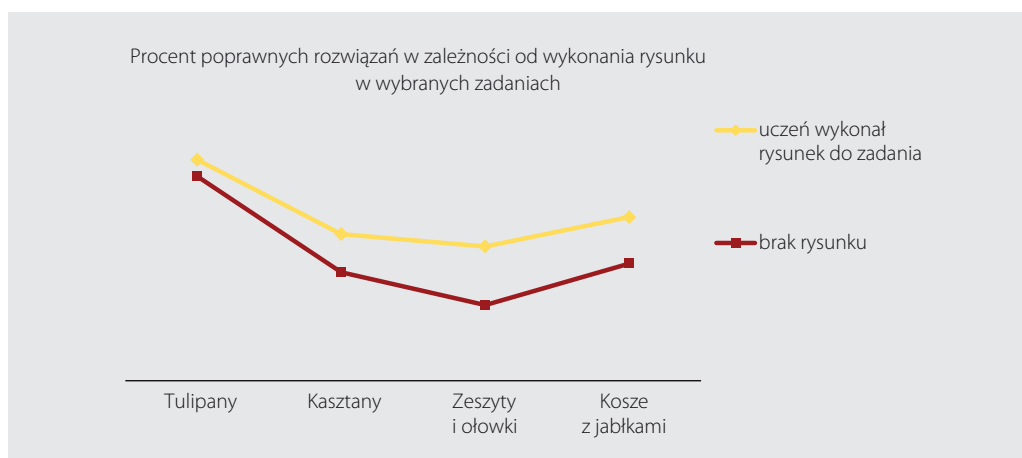
Prawie 4% badanych trzecioklasistów poprawnie rozwiązało wszystkie zadania z tego obszaru. Mniej niż 1% badanych uczniów nie potrafiło poprawnie rozwiązać ani jednego z nich. Badani uczniowie uzyskiwali w tym obszarze najczęściej wynik 6 i 7 punktów. Średnio badani osiągnęli w tym obszarze wynik 6,2 punktu.

W rozwiązywaniu zadań i problemów matematycznych rysunek często pozwala uporządkować informacje, a nawet znaleźć rozwiązanie. Samodzielne tworzenie rysunku przez ucznia wspiera analizowanie danych i poszukiwanie związków między nimi. W co najmniej czterech zadaniach: *Tulipany*, *Kasztany*, *Zeszyty i ołówki* oraz *Kosze z jabłkami*, z omawianego obszaru uczeń mógł w rozwiązaniu zadania wesprzeć się wykonaniem rysunku. Na wykresie 27 przedstawiono, w ilu z tych zadań i ilu badanych trzecioklasistów tak zrobiło.



Wykres 27. Odsetki uczniów, którzy wykonali rysunki przy rozwiązywaniu czterech z zadań z obszaru *Rozwiązywanie zadań tekstowych*.

Prawie 70% uczniów nie wykonało ani jednego rysunku przy rozwiązywaniu zadań: *Tulipany*, *Kasztany*, *Zeszyty i ołówki* oraz *Kosze z jabłkami*. Być może ci uczniowie rzadko lub wcale nie spotykają się w rzeczywistości szkolnej z takim sposobem rozwiązania zadania, więc nie znają korzyści z tego wypływających. Kolejny wykres pokazuje, że badani, którzy wykonywali rysunek do zadania, częściej rozwiązywali je poprawnie niż ci, którzy go nie wykonali.



Wykres 28. Poziom poprawności rozwiązania zadania w zależności od wykonania rysunku.

Warto, aby nauczyciele doceniali uczniowskie rozwiązania zadań wykorzystujące rysunek. Często sam rysunek może być nawet uznany za poprawny sposób rozwiązania zadania. W rozdziale III. *Rozwiązania uczniowskie* pokazujemy przykłady takich rozwiązań.

Z analizy rozwiązań zadań zaprezentowanych przez badanych trzecioklasistów w obszarze *Rozwiązywanie zadań tekstowych* wynika, że nauczyciele podczas codziennej pracy powinni:

- czytać i analizować z uczniami teksty zawierające wiele informacji liczbowych;
- kształtować u uczniów umiejętność uważnego czytania treści zadań i wybierania informacji koniecznych do rozwiązania postawionego problemu;
- zachęcać uczniów do stosowania wygodnych dla nich sposobów porządkowania informacji podanych w zadaniu;
- doskonalić umiejętność systematyzowania i strukturalizowania danych z zadania (np. zapis danych w tabeli, za pomocą rysunku, opisu czynności);
- przygotowywać zestawy zadań o różnym stopniu trudności, zachęcać uczniów do dokonywania wyboru z nich zadań do samodzielnego rozwiązywania;
- stwarzać sytuacje, w których uczniowie mogą przedstawić różne sposoby rozwiązania tego samego problemu;
- zachęcać uczniów do szukania własnych sposobów rozwiązania i do opowiadania o tych sposobach;
- akceptować w początkowej fazie nauki nawet takie rozwiązania, których uczeń nie potrafił precyzyjnie zapisać;
- kształtować umiejętność zapisu rozwiązania zadania; pokazywać uczniom, że rozwiązanie zadania to nie zawsze musi być zapisanie działania arytmetycznego, czasem może to być np. rysunek lub tylko odpowiedź na pytanie;
- stosować zadania o charakterze zagadek matematycznych, zachęcać do rozwiązywania problemów matematycznych bez odwoływania się do schematów i dotąd poznanych metod;
- zachęcać uczniów do uważnej analizy otrzymanych wyników.

III. Uczniowskie rozwiązania zadań otwartych

Podczas rozwiązywania zadań uczniowie nie zawsze posługują się schematami poznanymi na lekcjach. Szczególnie często ma to miejsce wtedy, gdy do rozwiązania dostają zadanie nietypowe. Zdarza się, że niektóre rozwiązania uczniowskie bywają dla nauczycieli sporym zaskoczeniem. Niekiedy też takie innowacyjne podejście staje się problematyczne, pod względem oceny jego poprawności. W tym rozdziale zgromadzono uczniowskie rozwiązania zadań otwartych z tegorocznej edycji badania. Komentarze pod rozwiązaniami mogą być pomocne w interpretacji poprawności zapisów uczniowskich. Być może zainspirują one nauczycieli do częstszych dyskusji z uczniami o różnych, nietypowych sposobach rozwiązania zadań. Pojawiają się one także w pracach domowych czy sprawdzianach, a możliwość przedstawienia własnego pomysłu/sposobu rozwiązania zadania na forum klasy może być skutecznym sposobem nagradzania kreatywności i rozwijania umiejętności rozumowania uczniów.

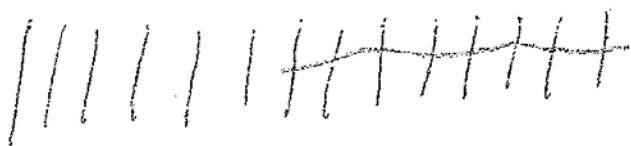
III.1. Przykładowe uczniowskie rozwiązania zadań

Zadanie Tulipany

Monika kupiła 14 tulipanów i 17 róż. Oddała 8 tulipanów sąsiadce. Ile tulipanów jej zostało?

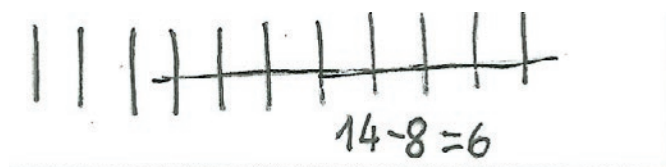
Rozwiązania uczniowskie

Rozwiązując zadanie, uczeń posłużył się tylko schematycznym, pokazanym obok, rysunkiem. Zaznaczył na nim tylko te informacje, które rzeczywiście były związane z postawionym w zadaniu problemem. Nie miał potrzeby zapisywania działań, wystarczyło mu zapisanie liczby 6 jako odpowiedzi na postawione w zadaniu pytanie.



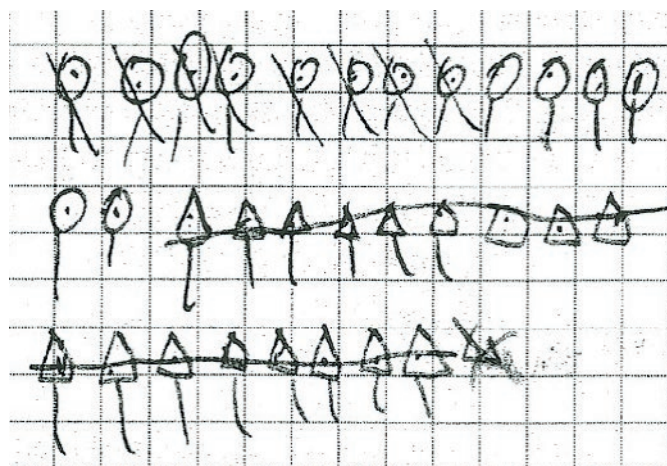
rysunkiem zapisał działanie i wynik/odpowieź.

Inny uczeń także wsparł swoje rozwiązanie rysunkiem, ale pod



Trzecioklasista, którego rozwiązanie przedstawiono obok, narysował wszystkie kwiaty, o których mowa w zadaniu: 14 tulipanów i 17 róż. Kwiaty rysował schematycznie, ale zastosował kodowanie umożliwiające ich rozróżnienie. Zapewne po uważnym odczytaniu treści zadania wszystkie róże skreślił. Postąpił tak także z 8 tulipanami i zapisał w odpowiedzi liczbę 6.

To zadanie zostało rozwiązane najpierw za pomocą działania arytmetycznego. Tulipany narysowane przez ucznia, pełnią prawdopodobnie tylko funkcję ozdobną, gdyż prezentują sam wynik.



Zadanie Kasztany

Agata robiła ludziki z kasztanów. Na wykonanie dwóch ludzików potrzebowała 8 kasztanów. W ciągu dziesięciu minut zrobiła 3 ludziki. Ile kasztanów potrzebuje Agata na wykonanie 6 ludzików?

$14 - 8 = 6$




odp.: Zostało jej 6 kasztanów.

Rozwiązania uczniowskie

Uczniowie, których zapisy rozwiązań przedstawiono wyżej, nie zastanawiali się nad tym, z ilu kasztanów jest zbudowany jeden ludzik. Narysowali ludziki dwójkami, zaznaczając, że na dwa ludziki potrzeba ośmiu kasztanów. I stąd wyciągnęli wniosek, że na wykonanie sześciu ludzików Agata potrzebowała dwudziestu czterech kasztanów.


na wykonanie 6 ludzików?



$8 + 8 + 8 = 24$

Agatka potrzebuje 24 kasztany na wykonanie 6 ludzików.

miejsce na obliczenia i rysunki



Trzecioklasista, który zapisał tylko działanie znajdujące się obok, nie potrzebował wspierać swojego rozwiązania rysunkiem. Skorzystał natomiast z informacji, że na dwa ludziki potrzeba ośmiu kasztanów.

$$8 + 8 + 8 = 24$$

Agatka potrzebuje 24 kasztanów.

miejsce na obliczenia i rysunki

$2 \cdot 8 = 16$
 $3 \cdot 8 = 24$

Agata na
 wykonanie 6
 ludzików potrze-
 buje 24 kasztany

Podobne rozwiązanie, jak opisane wcześniej, przedstawił kolejny uczeń. Nie zapisał nigdzie, że 6 ludzików to trzy zestawy po dwa ludziki (czyli po osiem kasztanów), ale z tej informacji skorzystał.

Trzecioklasiści, których rozwiązania zaprezentowano wyżej, wykorzystali rysunki do pokazania dwukrokowego rozwiązania. Obliczyli, ile kasztanów potrzeba na zbudowanie jednego ludzika. Rysunki pełnią u nich różną funkcję: jeden uczeń wykonał figuralne rysunki ludzików, ale liczba kasztanów na jednego ludzika wynika z działania; drugi zaś grupował kasztany po cztery i w ten sposób na schematycznym rysunku pokazał, że wykonanie jednego ludzika wymaga użycia czterech kasztanów. Korzystając z tej wiedzy, obaj policzyli, że do wykonania sześciu ludzików potrzeba dwudziestu czterech kasztanów.

kasztanów

$8 : 2 = 4$ kasztanów na jednego ludzika

kasztanów

$6 \cdot 4 = 24$ kasztanów na 6 ludzika

$6 \cdot 4 = 24$

Innemu trzecioklasiście wystarczyło tylko zapisać dwóch działań:

Uczeń, którego rozwiązanie pokazano niżej, pracowicie narysował kasztany potrzebne do ułożenia sześciu ludzików. Zastosował czytelną strategię liczenia. Liczby, zapisane tuż nad kasztanami, odliczał czwórkami, notując, ile tych czwórek jest, a pod kasztanami policzył, ile kasztanów wykorzystał.

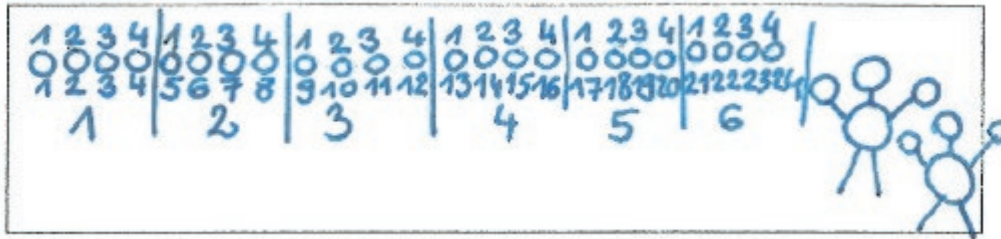
$8 : 2 = 4$ $6 \cdot 4 = 24$

Odp: Agata potrzebuje 24 kasztany.

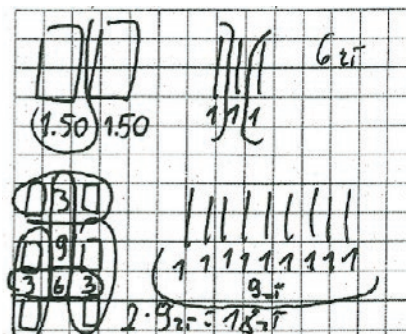
Zadanie Zeszyty i ołówki

Karol kupił 2 zeszyty i 3 ołówki. Zapłacił za wszystko 6 zł. Wojtek kupił 6 takich samych zeszytów i 9 takich samych ołówków. Ile zapłacił Wojtek za swoje zakupy?

Rozwiązania uczniowskie



W przedstawionych wyżej rozwiązaniach uczniowie przyjęli, że cena zeszytu jest równa 1 zł 50 gr, a cena ołówka 1 zł. Nie były to przypadkowe liczby, ale zgodne z warunkiem, który wynika z pierwszego zdania treści zadania. Korzystając z tych cen, obliczyli, że zestaw kupiony przez Wojtkę kosztował 18 zł.



Prawdopodobnie podobnie rozumował autor rozwiązania pokazanego niżej. Nie zapisał jednak ceny jednego zeszytu i ołówka. Gdy podobna sytuacja wystąpi na lekcji, warto zatrzymać się nad takim rozwiązaniem i dopytać ucznia o możliwość innego rozłożenia cen. Możliwe przecież jest, że zeszyt bkosztował 2 zł 10 gr, a ołówek 60 gr. Przeliczenie zakupów Wojtkę przy tych cenach

może prowokować do bardzo wartościowej dyskusji, w której uczniowie sami mogą zauważyć głębsze zależności między zakupa-

$$9 + 9 = 18$$

Op: Za swoje zakupy Wojtek zapłacił 18 zł

mi Karola i Wojtka.

W trzech kolejnych rozwiązaniach uczniowie nie rozważali osobno ceny zeszytu i ceny ołówka. Zakupy Karola potraktowali jako pakiet, co podkreślili na schematycznych rysunkach lub poprzez odpowiednie grupowanie liczb. Zauważyli, że Wojtek kupił trzy razy więcej takich samych przedmiotów co Karol i korzystając z tego spostrzeżenia, podali cenę zestawu kupionego przez Wojtkę. Sposób rozumowania ucznia, którego rozwiązanie przedstawiono niżej, można wywnioskować zarówno z naniesionych w tekście zadania „poprawek”, jak i z zapisanego działania. Nad tekstem zadania uczeń notuje „2 3 2 3 12”, co prawdopodobnie oznacza, że cztery zeszyty i sześć ołówków będą razem kosztowały 12 zł. W dalszej treści zadania uczeń zastąpił liczbę 6 liczbą 2 (tyle zeszytów

$$\begin{array}{l} 2 \text{ i } 3 = 6 \text{ zł} \\ 4 \text{ i } 6 = 12 \text{ zł} \\ 6 \text{ i } 9 = 18 \text{ zł} \end{array}$$

$$(2+3) + (2+3) + (2+3) = 18$$

$$\begin{array}{l} 2 \quad 3 \quad 6 \text{ zł} \\ 18 \text{ zł} \end{array}$$

Diagram illustrating the grouping of numbers into pairs: (1, 2), (3, 4), (5, 6) in the first row and (2, 3), (4, 5), (6, 8, 9) in the second row. The numbers 8 and 9 are crossed out.

Zadanie 8

Karol kupił 2 zeszyty i 3 ołówki. Zapłacił za wszystko 6 zł.
Wojtek kupił 6 takich samych zeszytów i 9 takich samych ołówków. Ile zapłacił Wojtek za swoje zakupy?

$$2 \cdot 12 + 6 = 18$$

$$12 + 6 = 18$$

Wojtek za swoje zakupy zapłacił 18 zł

brakuje do 6) i liczbę 9 liczbą 3 (tyle ołówków brakuje do 9) – czyli, aby obliczyć, ile zapłacił Wojtek, wystarczy do 12 zł dodać koszt jeszcze jednego zestawu.

Zadanie Kosze z jabłkami

W pierwszym koszu jest 14 jabłek, a w drugim 6 jabłek. Ile jabłek trzeba przełożyć z pierwszego do drugiego kosza, żeby w obydwu było po tyle samo jabłek?

Rozwiązania uczniowskie

Uczeń, którego rozwiązanie przedstawiono wyżej, oblicza, ile jabłek jest w obu koszach razem i ile powinno być w każdym z nich osobno. Z informacji, że w obu koszach musi być po 10 jabłek, wyciąga wniosek, że z pierwszego kosza należy przełożyć do drugiego cztery jabłka.

$$14 + 6 = 20 \quad 20 : 2 = 10$$

Odp.: Z pierwszego kosza trzeba przełożyć 4 jabłka do drugiego.

Podobnie postępuje uczeń, którego rozwiązanie pokazujemy obok. Uczeń ten dodatkowo oblicza, ile jabłek brakuje w drugim koszu do 10 sztuk.

$$14 + 6 = 20 \quad 20 : 2 = 10$$
$$10 - 6 = 4$$

Trzecioklasista, którego rozwiązanie przedstawiamy po prawej stronie, obliczył, o ile więcej jest jabłek w pierwszym koszu. Osiem jabłek podzielił na dwie równe części i sprawdził, zapisując dwa działania, czy zabranie z pierwszego i dołożenie do drugiego kosza czterech jabłek jest odpowiedzią na postawione w zadaniu pytanie.

Trzy zaprezentowane niżej uczniowskie rozwiązania opierają się na takiej samej strategii. Z pierwszego kosza przekładane jest do drugiego po jednym jabłku, aż do momentu, kiedy liczba jabłek w obu koszach jest taka sama.

Do drugiego kosza trzeba dać 4 jabłka, żeby w jednym i w drugim koszu było tak samo jabłek.

14 - 1	6 + 1
13 - 1	7 + 1
12 - 1	8 + 1
11 - 1	9 + 1
10 -	10

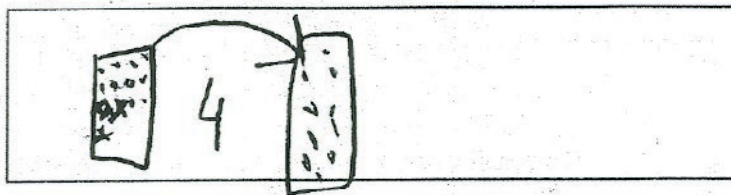
$14 - 1 = 13$ $6 + 1 = 7$ $13 - 1 = 12$ $7 + 1 = 8$
 $12 - 1 = 11$ $8 + 1 = 9$ $11 - 1 = 10$ $9 + 1 = 10$
 $14 - 4 = 10$ $6 + 4 = 10$

miejsce na obliczenia i rysunki

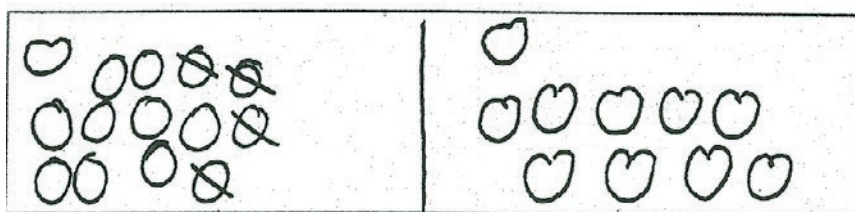
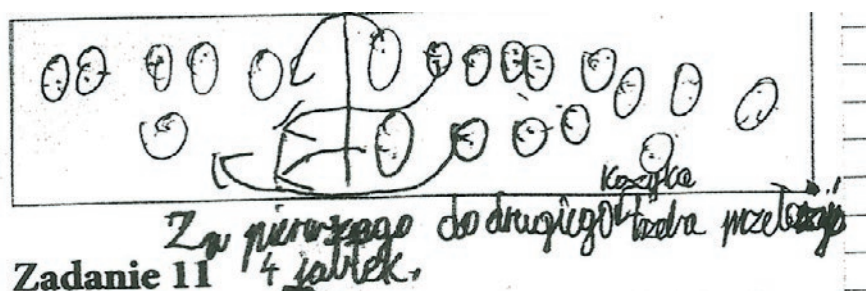
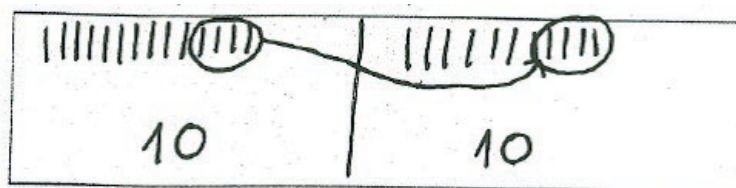
14	13	12	11	10	10	9	8	7	6
kosz					kosz				

Zadanie 10

W pierwszym koszu jest 14 jabłek, a w drugim 6 jabłek.
Ile jabłek trzeba przełożyć z pierwszego do drugiego kosza,
żeby w obydwu było po tyle samo jabłek?



$$14 - 4 = 10$$



Wśród uczniowskich rozwiązań zadania *Kosze z jabłkami* pojawiły się też takie, jak przedstawione wyżej, gdzie rozwiązania zostały pokazane za pomocą rysunku. Często informacja o liczbie jabłek, którą należy przełożyć, jest zapisana tylko jako skreślenie 4 jabłek z jednego kosza i dorysowanie ich w drugim koszu.

III.2. Uczniowskie rozwiązania zadań otwartych. Podsumowanie

Nie wszystkie rozwiązania uczniowskie są zapisane precyzyjnym, matematycznym językiem. Przyglądając się uważnie rozwiązaniom przedstawianym przez uczniów, można jednak wiele wywnioskować o sposobach ich rozumowania. Warto uważnie analizować także te rozwiązania, które nie doprowadziły ucznia do dobrego rozwiązania. Często widać w nich załączek poprawnego rozumowania matematycznego. Mogą być one cenną wskazówką dla nauczyciela, jak poprowadzić takiego ucznia, by mógł on w pełni rozwinąć swoje umiejętności matematyczne.

Podsumowanie

Wyniki badania OBUT^m2014 mają służyć przede wszystkim nauczycielom do analizowania umiejętności matematycznych ich uczniów. Oczywiście nie wszystkich umiejętności, a tylko tych, które trzeba było posiadać, by rozwiązać zadania użyte w badaniu. Nauczyciel może porównać wynik swoich uczniów do średniego wyniku dla wszystkich badanych. Bardziej celowe jest jednak dokładne przyjrzenie się umiejętnościom badanych w poszczególnych obszarach. Warto też, by nauczyciel sprawdził, w jakich zadaniach jego uczniowie wypadli lepiej od przeciętnego wyniku dla tego zadania, a w jakich – słabiej. Wiele pożytku przynieść może dokładna analiza błędów popełnianych przez jego uczniów oraz analiza oryginalnych rozwiązań przez nich podanych.

Szczegółowe wnioski dotyczące całej badanej grupy uczniów przedstawiliśmy w rozdziałach poświęconych wynikom w poszczególnych podobszarach. W tym miejscu jeszcze raz zwracamy uwagę na najważniejsze z nich.

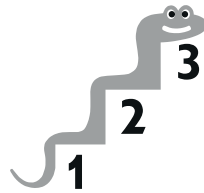
1. W dwóch zadaniach z podobszaru *Selekcja informacji* mniej istotne były umiejętności matematyczne, kluczowa za to była umiejętność uważnego czytania tekstu. Co piąty uczeń nie rozwiązał żadnego z tych zadań. Niewykluczone, że wśród tych uczniów są tacy, którzy nie mieliby kłopotów z matematyką, gdyby lepiej opanowali umiejętność czytania wszystkich tekstów, nie tylko tekstów matematycznych. Ich problemy mogą się pogłębiać, jeśli nauczyciel w czwartej klasie w porę nie dostrzeże, jaka jest prawdziwa przyczyna ich niepowodzeń w matematyce.
2. W geometrii na I etapie edukacji najistotniejsze jest wyrobienie odpowiednich intuicji, niezbędnych do właściwego rozumienia pojęć, z którymi uczniowie spotykają się w starszych klasach. Do tego z kolei konieczne są ćwiczenia, w których uczniowie samodzielnie manipulują modelami figur. I chociaż w całym podobszarze *Wyobraźnia geometryczna* wyniki badania OBUT^m2014 są dobre (ok. 40% uczniów rozwiązało wszystkie zadania, a tylko 5% nie rozwiązało żadnego), wyniki poszczególnych zadań mogą wskazywać na niedostatek tych niezbędnych ćwiczeń manipulacyjnych.
3. Niektórzy uczniowie trzeciej klasy nie potrafią zapisać swojego sposobu rozumowania, nawet jeśli wiedzą, jak rozwiązać problem matematyczny. Wyraźnie niedocenianym narzędziem służącym odkryciu i zapisaniu rozwiązania jest sporządzenie rysunku, porządkującego informacje podane w zadaniu. Wyniki badania wskazują, że stosunkowo niewielu uczniów to robi, ale ci, którzy sporządzają rysunek, częściej znajdują poprawne rozwiązanie.
4. Najtrudniejszy dla trzecioklasistów okazał się obszar *Dostrzeganie zależności*. Prawie 30% uczniów nie rozwiązało żadnego zadania z tego obszaru, a tylko 13% uczniów rozwiązało wszystkie zadania. Nie ma nic dziwnego w tym, że te wyniki są gorsze niż np. w obszarze *Sprawność rachunkowa*, albowiem badaliśmy tu bardzo zaawansowane umiejętności matematyczne. Na tym etapie nauczania naturalne jest, że spora grupa uczniów jeszcze ich nie opanowała. Na I etapie edukacyjnym dużo większy nacisk kładziony jest na rozwijanie sprawności rachunkowych niż na kształcenie umiejętności analizowania związków. Jednak zaniechanie rozwijania tych umiejętności może doprowadzić do ich zaniku nawet u tych, którzy je posiadają. Nauczyciele klas czwartych powinni również wiedzieć, którzy ich uczniowie dobrze sobie z tym radzą, a którzy mają jeszcze duże kłopoty. Pozwoli to dobrać zadania adekwatnie do możliwości każdego ucznia i odpowiednio dostosować metody pracy.



imię i nazwisko ucznia

klasa

nr w dzienniku

OBUT^m 2014

Zestaw M1

Instrukcja

- Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania.
- Rozwiązania zapisuj długopisem albo piórem.
- Nie używaj korektora. Pomyłki przekreślaj.
- W niektórych zadaniach podane są cztery albo pięć odpowiedzi do wyboru, np. A, B, C, D i E. W każdym z tych zadań zaznacz kółkiem literę przy wybranej odpowiedzi, na przykład:

A. 12

B. 24

 C. 36

D. 48

E. 60

- Jeśli się pomylisz, przekreśl błędne zaznaczenie i zaznacz kółkiem dobrą odpowiedź, na przykład:

A. 12

 B. 24 C. 36

D. 48

E. 60

- Pozostałe zadania rozwiąż zgodnie z poleceniami. Rozwiązania zapisz starannie i czytelnie w prostokątnych polach.
- Na każdej stronie znajdują się kratki, gdzie możesz wykonać potrzebne obliczenia, rysunki.
- Pracuj samodzielnie.

Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 45 minut.

Powodzenia!

miejsce na obliczenia i rysunki

Zadanie 1

Cztery osoby wykonały poprawnie działania:

Asia: $21 + 52$

Wojtek: $80 - 23$

Jurek: $26 + 38$

Kasia: $81 - 18$

Która z tych osób otrzymała w wyniku liczbę 63?

A. Asia B. Wojtek C. Jurek D. Kasia

Zadanie 2

Uzupełnij działania. W puste kratki wpisz odpowiednie liczby.

$$\square \cdot 4 = 28 \quad 5 \cdot \square = 35 \quad 6 \cdot 9 = \square$$

Zadanie 3

Uzupełnij trzy puste pola w tabeli mnożenia.

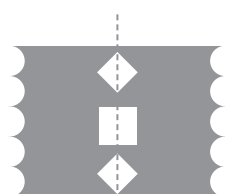
•	4	
5	20	45
	32	

Zadanie 4

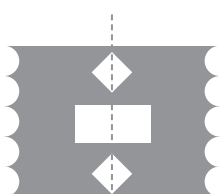
Monika kupiła 14 tulipanów i 17 róż. Oddała 8 tulipanów sąsiadce. Ile tulipanów jej zostało?

Zadanie 5

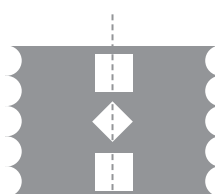
Z prostokątnej kartki złożonej na pół wycinamy wzór w sposób pokazany na rysunku. Który rysunek pokazuje, jak będzie wyglądała kartka po rozłożeniu?



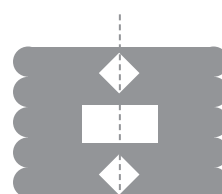
A.



B.



C.



D.

Zadanie 6

Agata robiła ludziki z kasztanów. Na wykonanie dwóch ludzików potrzebowała 8 kasztanów. W ciągu 10 minut zrobiła 3 ludziki. Ile kasztanów potrzebuje Agata na wykonanie 6 ludzików?

Zadanie 7

Basia ma 156 cm wzrostu, a Zosia 165 cm. Marta jest wyższa od Basi, ale niższa od Zosi. Na jednej z tabliczek zapisano wzrost Marty. Która to tabliczka?

A.

175 cm

B.

166 cm

C.

159 cm

D.

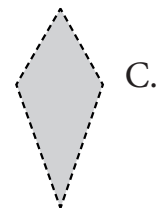
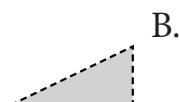
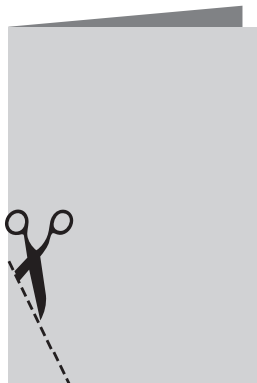
155 cm

Zadanie 8

Karol kupił 2 zeszyty i 3 ołówki. Zapłacił za wszystko 6 zł. Wojtek kupił 6 takich samych zeszytów i 9 takich samych ołówków. Ile zapłacił Wojtek za swoje zakupy?

Zadanie 9

Z prostokątnej kartki złożonej na pół Ania odcięła nożyczkami narożnik w sposób pokazany na rysunku. Wskaż figurę, którą otrzymała Ania, gdy rozłożyła odcięty narożnik.



miejsce na obliczenia i rysunki

miejsce na obliczenia i rysunki

Zadanie 10

W pierwszym koszu jest 14 jabłek, a w drugim 6 jabłek.
Ile jabłek trzeba przełożyć z pierwszego do drugiego kosza,
żeby w obydwu było po tyle samo jabłek?

Zadanie 11

W dodawaniu $55+3$ plama zasłoniła jedną cyfrę. Wynik
tego działania jest większy niż 92. Jaka cyfra może kryć się
pod plamą? Podaj wszystkie możliwości.

Zadanie 12

Marcin miał zapłacić za zakupy 35 zł. Dał kasjerce banknot 50 zł.
Kasjerka wydała mu resztę samymi monetami 5-złotowymi.
Ile monet otrzymał Marcin?

- A. 30 B. 15 C. 7 D. 3

Zadanie 13

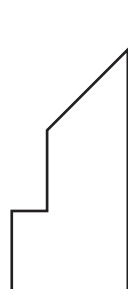
W pracowni plastycznej jest 20 pędzli, 15 tubek z farbą żółtą
i 12 z niebieską. Każde dziecko ma otrzymać dwie tubki farb
różnych kolorów i jeden pędzel.
Dla ilu dzieci można przygotować taki zestaw?

- A. 12 B. 15 C. 20 D. 27 E. 47

Zadanie 14

Asia ma jedną kartkę w kształcie prostokąta, jedną
w kształcie kwadratu i jedną w kształcie trójkąta – takie
jak na rysunku obok. Układa je obok siebie i w ten sposób
tworzy nowe figury.

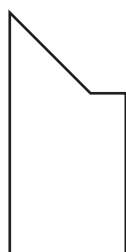
Której figury **nie** uda jej się ułożyć z tych trzech kartek?



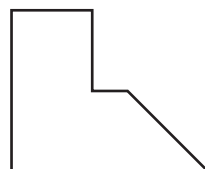
A.



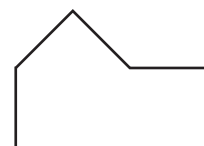
B.



C.



D.



E.



IBE



BADANIA
UMIĘTNOŚCI
TRZECIOKLASISTÓW

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Struktura zestawu zadań z matematyki OBUT 2014

Numer i tytuł zadania	Obszar badanych umiejętności	Podobszar	Zapis z podstawy programowej Symbolem ■ oznaczono cele kształcenia ogólnego. Symbolem ● oznaczono wymagania szczegółowe na koniec klasy III szkoły podstawowej.	Liczba punktów	Ogólne zasady przyznawania punktów
1. Dodawanie i odejmowanie	sprawność rachunkowa	-	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● dodaje i odejmuje liczby w zakresie 100; sprawdza wyniki odejmowania za pomocą dodawania 	0-1	1 pkt za zaznaczenie poprawnej odpowiedzi D
2. Mnożenie i dzielenie	sprawność rachunkowa	-	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● podaje z pamięci iloczyn w zakresie tabliczki mnożenia; sprawdza wyniki dzielenia za pomocą mnożenia ● rozwiązuje łatwe równania jednozmiennego z niewiadomą w postaci okienka (bez przenoszenia na drugą stronę) 	0-1	1 pkt za wpisanie prawidłowych liczb 7, 7, 54
3. Tabela mnożenia	sprawność rachunkowa	-	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● podaje z pamięci iloczyn w zakresie tabliczki mnożenia; sprawdza wyniki dzielenia za pomocą mnożenia 	0-1	1 pkt za wpisanie prawidłowych liczb 8, 9, 72
4. Tulipany	rozwiązywanie zadań tekstowych	selekcja informacji	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● rozwiązuje zadania tekstowe wymagające wykonania jednego działania 	0-1	1 pkt za udzielenie poprawnej odpowiedzi 6 tulipanów



5. Wycinanka	rozwiązywanie zadań tekstowych	wyobrażnia geometryczna	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych; ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● rysuje drugą połowę figury symetrycznej 	0-1	1 pkt za zaznaczenie poprawnej odpowiedzi B
6. Kasztany	rozwiązywanie zadań tekstowych	dostrzeganie zależności	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● rozwiązuje zadania tekstowe wymagające wykonania jednego działania 	0-1	1 pkt za udzielenie poprawnej odpowiedzi 24 kasztany
7. Wzrost	rozwiązywanie zadań tekstowych	rozważanie możliwości	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● porównuje dowolne dwie liczby w zakresie 1000 	0-1	1 pkt za zaznaczenie poprawnej odpowiedzi C
8. Zeszyty i ołówki	rozwiązywanie zadań tekstowych	dostrzeganie zależności	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● wykonuje łatwe obliczenia pieniężne (cena, ilość, wartość) i radzi sobie w sytuacjach codziennych wymagających takich umiejętności; ● rozwiązuje zadania tekstowe wymagające wykonania jednego działania 	0-1	1 pkt za udzielenie poprawnej odpowiedzi 18 zł
9. Odcięty narożnik	rozwiązywanie zadań tekstowych	wyobrażnia geometryczna	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● rozpoznaje i nazywa koła, kwadraty, prostokąty i trójkąty (również nietypowe, położone w różny sposób oraz w sytuacji, gdy figury zachodzą na siebie) ● dostrzega symetrię (np. w rysunku motyla) 	0-1	1 pkt za zaznaczenie poprawnej odpowiedzi D



IBE



BADANIA
UMIĘTNOŚCI
TRZECIOKLASISTÓW

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

10. Kosze z jabłkami	rozwiązywanie zadań tekstowych	rozważanie możliwości	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● rozwiązuje zadania tekstowe wymagające wykonania jednego działania; ● porównuje dowolne dwie liczby w zakresie 1000 	0-1	1 pkt za udzielenie poprawnej odpowiedzi M1: 4 jabłka M2: 4 jabłka
11. Plama	rozwiązywanie zadań tekstowych	rozważanie możliwości	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● porównuje dowolne dwie liczby w zakresie 1000; ● dodaje i odejmuje liczby w zakresie 100 (bez algorytmów działań pisemnych) 	0-1	1 pkt za udzielenie poprawnej odpowiedzi M1: 8, 9 M2: 8, 9 Punktowne będą także odpowiedzi liczbowe (M1: 38, 39; M2: 28, 29)
12. Monety	rozwiązywanie zadań tekstowych	dostrzeganie zależności	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● wykonuje łatwe obliczenia pieniężne (cena, ilość, wartość) i radzi sobie w sytuacjach codziennych wymagających takich umiejętności; ● rozwiązuje zadania tekstowe wymagające wykonania jednego działania 	0-1	1 pkt za zaznaczenie poprawnej odpowiedzi M1: D M2: D
13. Pędzle i farby	rozwiązywanie zadań tekstowych	selekcja informacji	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych; ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów 	0-1	1 pkt za poprawną odpowiedź M1: A (12) M2: A (13)
14. Układanka	rozwiązywanie zadań tekstowych	wyobrażnia geometryczna	<ul style="list-style-type: none"> ■ umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych; ■ umiejętność wykorzystywania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów; ● rozpoznaje i nazywa koła, kwadraty, prostokąty i trójkąty (również nietypowe, położone w różny sposób oraz w sytuacji, gdy figury zachodzą na siebie) 	0-1	1 pkt za zaznaczenie poprawnej odpowiedzi M1: C M2: B

Instytut Badań Edukacyjnych

Głównym zadaniem Instytutu jest prowadzenie badań, analiz i prac przydatnych w rozwoju polityki i praktyki edukacyjnej.

Instytut zatrudnia ponad 150 badaczy zajmujących się edukacją – pedagogów, socjologów, psychologów, ekonomistów, politologów i przedstawicieli innych dyscyplin naukowych – wybitnych specjalistów w swoich dziedzinach, o różnorodnych doświadczeniach zawodowych, które obejmują, oprócz badań naukowych, także pracę dydaktyczną, doświadczenie w administracji publicznej czy działalność w organizacjach pozarządowych.

Instytut w Polsce uczestniczy w realizacji międzynarodowych projektów badawczych w tym PIAAC, PISA, TALIS, ESLC, SHARE, TIMSS i PIRLS oraz projektów systemowych współfinansowanych przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

Instytut Badań Edukacyjnych

ul. Górczewska 8, 01-180 Warszawa | tel. +48 22 241 71 00 | ibe@ibe.edu.pl | www.ibe.edu.pl
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.