Projekt podstawy programowej dla liceum ogólnokształcącego i technikum

MATEMATYKA

Matematyka stanowi spójny obszar systematycznego kształcenia, rozwijający zarówno sprawność operacyjną, jak i rozumienie pojęć oraz własności matematycznych. Przedmiot ten dostarcza narzędzi opisu, analizy i interpretacji rzeczywistości oraz rozwija kompetencje poznawcze, w szczególności zdolność rozumowania, argumentowania i wnioskowania. Nauczanie przedmiotu w liceum ogólnokształcącym i technikum opiera się na spiralnej organizacji treści i zachowaniu równowagi między rozumieniem instrumentalnym a rozumieniem relacyjnym matematyki.

Zakres podstawowy i rozszerzony różnią się nie tylko poziomem trudności, lecz przede wszystkim celami kształcenia. Zakres podstawowy rozwija funkcjonalne kompetencje matematyczne, umiejętność operowania podstawowymi pojęciami i metodami matematycznymi oraz wspiera ogólne rozumowanie i argumentowanie. Zakres rozszerzony to ścieżka pogłębionej pracy matematycznej, która koncentruje się na rozumieniu pojęć i struktur matematycznych, formalizacji języka wypowiedzi i zapisu oraz na rozwijaniu umiejętności dowodzenia twierdzeń, a także stanowi przygotowanie do dalszego kształcenia akademickiego. W technikum nauczanie matematyki jest w miarę możliwości powiązane z profilem kształcenia i uwzględnia zastosowania właściwe dla zawodów, które uczniowie będą wykonywać w przyszłości.

ZAKRES PODSTAWOWY

Cele kształcenia – wymagania ogólne

1. Korzystanie z narzędzi matematycznych – dobieranie metod wykonywania obliczeń i ocenianie sensowności otrzymanych wyników, w tym uzyskanych z wykorzystaniem narzędzi cyfrowych.
2. Korzystanie z informacji i ich krytyczna interpretacja – analizowanie i przetwarzanie danych pochodzących z różnych źródeł, stosowanie narzędzi i argumentów

matematycznych do wyciągania z nich wniosków i rozpoznawania wniosków nieuprawnionych.

3. Posługiwanie się językiem matematycznym w sposób komunikatywny.
4. Korzystanie z modeli matematycznych opisujących zjawiska, także osadzone w kontekstach praktycznych, dostrzeganie ograniczeń stosowania wybranego modelu.
5. Prowadzenie rozumowań matematycznych, dobieranie argumentu lub sekwencji argumentów uzasadniających przedstawianą tezę, analizowanie poprawności argumentów własnych oraz cudzych.
6. Rozwiązywanie problemów indywidualnie oraz w grupie – tworzenie strategii rozwiązania, uzasadnianie doboru i poprawności kolejnych kroków, analizowanie alternatywnych sposobów rozwiązania.
7. Wykorzystywanie narzędzi cyfrowych do wspomagania modelowania, analizowania danych oraz rozwiązywania problemów.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe dotyczące wiedzy i umiejętności

Rok bazowy – wskazane treści do realizacji w roku bazowym zostały odpowiednio oznakowane.

I. Liczby

Uczeń:

1) wykonuje dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie i pierwiastkowanie w zbiorze liczb rzeczywistych, porównuje liczby, również zapisane za pomocą potęg i pierwiastków – rok bazowy;
2) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych, oraz związek pierwiastkowania z potęgowaniem i prawa działań na potęgach i pierwiastkach – rok bazowy;

3) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem dla logarytmu o podstawie będącej liczbą naturalną – rok bazowy;

4) posługuje się wzorami na: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu oraz logarytm potęgi dla logarytmu o podstawie będącej liczbą naturalną;

5) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej – rok bazowy;

6) wyznacza sumę, część wspólną i różnicę dwóch przedziałów;

7) wyznacza wartość bezwzględną liczby, stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności typu:$|x-a|=r$, $|x-a|<r, |x-a|\geq r$, gdzie x jest niewiadomą;

8) posługuje się wzorem ogólnym ciągu, rozpoznaje ciągi arytmetyczne oraz ciągi geometryczne;

9) stosuje wzory na n-ty wyraz oraz na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego;

10) wykorzystuje własności ciągów arytmetycznych i geometrycznych do rozwiązywania zadań;

11) analizuje i krytycznie interpretuje dane empiryczne z wykorzystaniem miar statystycznych: mediany, średniej arytmetycznej i średniej ważonej, rozpoznaje błędy wnioskowania oraz ewentualne manipulacje sposobem prezentacji lub interpretacji danych – rok bazowy;

12) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, w tym stosując regułę mnożenia i regułę dodawania.

II. Algebra

Uczeń:

1) oblicza wartość wyrażenia algebraicznego, sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania lub nierówności z jedną niewiadomą oraz czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi – rok bazowy;

2) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej – rok bazowy;

3) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;

4) stosuje wzory skróconego mnożenia dla $(a+b)^2, (a-b)^2$ oraz a^2-b^2 – rok bazowy;

5) rozwiązuje równania co najwyżej drugiego stopnia z jedną niewiadomą oraz nierówności liniowe z jedną niewiadomą – rok bazowy;

6) rozwiązuje układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi – rok bazowy;

7) rozwiązuje równania postaci $W(x)=0$, gdzie $W(x)$ jest wielomianem zapisanym jako iloczyn czynników liniowych, czynników postaci x^2-a lub x^3-b, dla dowolnych liczb całkowitych a oraz b, bądź wielomianem, który można sprowadzić do takiej postaci przez wyłączenie jednomianu poza nawias;

8) rozwiązuje równania typu równania typu $\frac{W_1(x)}{V_1(x)}=\frac{W_2(x)}{V_2(x)}$, gdzie $W_1(x), W_2(x), V_1(x)$ oraz $V_2(x)$ są wielomianami stopnia co najwyżej pierwszego.

III. Funkcje

Uczeń:

1) posługuje się funkcją jako zależnością jednej wielkości od drugiej, korzysta ze wzoru i wykresu funkcji, odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały, w których wartości funkcji maleją, rosną lub są stałe, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (niemniejsze) lub mniejsze (niewiększe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji, o ile istnieją, w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane – rok bazowy;

2) posługuje się wzorem i wykresem funkcji liniowej oraz stosuje jej własności – rok bazowy;

3) posługuje się wzorem i wykresem funkcji kwadratowej oraz stosuje jej własności, w tym do rozwiązywania nierówności kwadratowych i rozstrzygania zagadnień optymalizacyjnych;

4) posługuje się wzorem i wykresem funkcji wykładniczej oraz stosuje jej własności;

5) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;

6) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykres funkcji $y = f(x - a) + b$.

IV. Geometria i trygonometria

Uczeń:

1) stosuje własności trójkątów podobnych – rok bazowy;

2) stosuje definicje sinusa, cosinusa i tangensa dla kątów ostrych w trójkącie prostokątnym, stosuje wzory $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1, tg\ \alpha = \frac{sin\ \alpha}{cos\ \alpha}$ dla kąta ostrego – rok bazowy;

3) stosuje definicje sinusa, cosinusa i tangensa dla kątów o mierze od 0 do 180 stopni, stosuje wzory $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1, tg\ \alpha = \frac{sin\ \alpha}{cos\ \alpha}$; wykorzystuje trygonometrię do prostych obliczeń geometrycznych;

4) stosuje podstawowe fakty z geometrii okręgu, w tym: własności kątów wpisanych i środkowych, prostopadłość stycznej do promienia w punkcie styczności, twierdzenie o odcinkach stycznych, własności okręgów wpisanych w trójkąty, kwadraty i sześciokąty foremne oraz opisanych na tych figurach – rok bazowy;

5) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu – rok bazowy;

6) ustala wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów – rok bazowy;

7) na płaszczyźnie kartezjańskiej znajduje obrazy punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych oraz w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych;

8) na płaszczyźnie kartezjańskiej oblicza odległość dwóch punktów i wyznacza środek odcinka;

9) na płaszczyźnie kartezjańskiej posługuje się równaniem prostej w postaci $x = a$ oraz równaniem kierunkowym prostej, w tym: wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty, znajduje punkty wspólne dwóch prostych, rozpoznaje

wzajemne położenie dwóch prostych na podstawie ich równań, wyznacza równanie prostej równoległej lub prostopadłej do danej prostej;

10) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami, odcinkiem i ścianą, a w ostrosłupach także kąt między ścianą boczną a podstawą, oraz wykorzystuje miary tych kątów w graniastosłupach prostych i ostrosłupach prawidłowych do obliczeń i rozumowań;

11) rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkiem i podstawą oraz wykorzystuje miary tych kątów w obliczeniach i rozumowaniach;

12) oblicza objętość i pole powierzchni graniastosłupa, ostrosłupa, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii;

13) w figurach podobnych wykorzystuje zależności między długościami odpowiadających sobie odcinków, obwodami, polami oraz, w przypadku brył, objętościami.

V. Rachunek prawdopodobieństwa

Uczeń:

1) oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń w modelu klasycznym.

VI. Myślenie matematyczne w zróżnicowanych kontekstach

Uczeń:

1) formułuje uzasadnienia własności arytmetycznych, algebraicznych i geometrycznych, składające się z kilku argumentów, używa komunikatywnego języka matematycznego, analizuje różne strategie rozwiązywania zadań i przyczyny popełnianych błędów;

2) stosuje poznane pojęcia i własności matematyczne do rozwiązywania problemów osadzonych w kontekście praktycznym;

3) posługuje się kalkulatorem naukowym lub aplikacjami komputerowymi przy wykonywaniu obliczeń, sprawdzaniu wyników oraz eksploracji zagadnień matematycznych.

Wymagania szczegółowe dotyczące doświadczeń edukacyjnych

W ramach zajęć z matematyki uczeń zdobywa doświadczenia edukacyjne, które przez swój praktyczny charakter wspierają wykorzystanie wiedzy przedmiotowej. Doświadczenia edukacyjne wzmacniają kompetencje fundamentalne i przekrojowe oraz rozwijają sprawczość ucznia.

W każdym roku szkolnym uczeń realizuje co najmniej dwa doświadczenia edukacyjne. W pierwszym roku nauki obligatoryjne są doświadczenia oznaczone zapisem „– rok bazowy". Każde doświadczenie może być realizowane wielokrotnie, w różnych działach, w ciągu całego okresu nauki w liceum ogólnokształcącym lub technikum.

Uczeń:

1. indywidualnie lub w grupie wyszukuje w mediach lub w internecie treści dotyczące wybranego zagadnienia z aktualnie realizowanego działu matematyki lub przykłady prezentacji danych (np. statystycznych), analizuje je, używając przy tym argumentów matematycznych, identyfikuje ewentualne błędy i manipulacje, przedstawia wyniki swojej pracy w formie ustalonej z nauczycielem – rok bazowy;
2. indywidualnie lub w grupie korzysta z wybranego narzędzia cyfrowego do analizowania pojęć, własności lub problemów matematycznych z aktualnie realizowanego działu, prezentuje w formie ustalonej z nauczycielem efekt swojej pracy i refleksję na temat użyteczności wybranego narzędzia – rok bazowy;
3. indywidualnie lub w grupie rozwiązuje interdyscyplinarny problem z życia codziennego, który wymaga zastosowania wiedzy i umiejętności matematycznych z dotychczasowego toku nauki, problem definiuje sam lub z pomocą nauczyciela, przedstawia wyniki swojej pracy w formie ustalonej z nauczycielem;
4. indywidualnie lub w grupie analizuje rzeczywiste dane finansowe (np. oferty bankowe, rachunki, zestawienia wydatków, plany oszczędnościowe), porównuje je, wykorzystując przy tym poznane metody matematyczne, formułuje wnioski dotyczące świadomego zarządzania finansami, przedstawia wyniki swojej pracy w formie ustalonej z nauczycielem;

5. bierze udział (stacjonarnie lub online) w wydarzeniu popularnonaukowym dotyczącym matematyki, przedstawia swoje refleksje w formie ustalonej z nauczycielem.

ZAKRES ROZSZERZONY

Cele kształcenia – wymagania ogólne (zakres rozszerzony)

1. Posługiwanie się pojęciami i obiektami matematycznymi w sposób pogłębiony, obejmujący analizowanie oraz interpretowanie ich własności, także w sytuacjach złożonych.
2. Korzystanie z modeli matematycznych opisujących złożone problemy, ocenianie optymalności modelu.
3. Formułowanie i weryfikowanie hipotez, tworzenie strategii rozwiązywania problemów, również w sytuacjach nietypowych, analiza danych i weryfikacja ich sensowności.
4. Stosowanie formalnej argumentacji, przeprowadzanie dowodów matematycznych.
5. Wykorzystanie technologii jako narzędzia badawczego i weryfikacyjnego.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe dotyczące wiedzy i umiejętności (zakres rozszerzony)

Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego oraz poszerza wiedzę i umiejętności w zakresie rozszerzonym.

I. Liczby

Uczeń:

1) stosuje dzielenie z resztą liczb całkowitych;
2) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem oraz wzory na: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi i wzór na zamianę podstawy logarytmu dla logarytmu o dowolnej podstawie;
3) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;

4) stosuje kombinatoryczne metody zliczania.

II. Algebra

Uczeń:

1) stosuje wzory skróconego mnożenia dla $(a+b)^3, (a-b)^3,\ a^3-b^3$ oraz a^3+b^3;

2) mnoży, dzieli, dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne;

3) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;

4) analizuje równania i nierówności co najwyżej drugiego stopnia z jedną niewiadomą i parametrem występującym w co najwyżej dwóch współczynnikach, w szczególności wyznacza rozwiązania i liczbę rozwiązań w zależności od parametru, podaje wartości parametrów, dla których rozwiązania spełniają określony warunek;

5) wyznacza pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;

6) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x-a$ oraz stosuje twierdzenie Bézouta i twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian postaci $x-a$;

7) stosuje metodę wyłączania wspólnego czynnika poza nawias do rozkładania na czynniki wielomianów co najwyżej czwartego stopnia oraz do rozwiązywania równań i nierówności wielomianowych i wymiernych;

8) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, w których wartość bezwzględna występuje co najwyżej dwukrotnie, a rozwiązanie sprowadza się do analizy odpowiednio równań lub nierówności liniowych;

9) rozwiązuje równania, których rozwiązywanie daje się sprowadzić, np. metodą podstawiania, do rozwiązywania równań kwadratowych;

10) rozwiązuje układy równań, których rozwiązywanie daje się sprowadzić do rozwiązania równania kwadratowego.

III. Funkcje

Uczeń:

1) bada monotoniczność ciągu, oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych;

2) bada zbieżność szeregu geometrycznego, oblicza sumę szeregu zbieżnego;

3) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;

4) posługuje się wzorem i wykresem funkcji logarytmicznej oraz stosuje jej własności;

5) stosuje definicje funkcji sinus, cosinus, tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie;

6) posługuje się wykresami i własnościami, w tym okresowością, funkcji trygonometrycznych sinus, cosinus i tangens, stosuje wzory redukcyjne, rozwiązuje równania trygonometryczne;

7) posługuje się wzorami na sinus, cosinus oraz tangens sumy i różnicy kątów, w tym na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego;

8) oblicza granice funkcji, w tym granice jednostronne;

9) korzysta z interpretacji geometrycznej i fizycznej pochodnej, oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodne funkcji, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej;

10) stosuje pochodną do wyznaczania równania stycznej do wykresu funkcji w punkcie, badania monotoniczności funkcji i rozwiązywania zadań optymalizacyjnych.

IV. Geometria i trygonometria

Uczeń:

1) stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne;

2) stosuje twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz twierdzenie o dwusiecznej kąta wewnętrznego w trójkącie;

3) stosuje twierdzenie sinusów oraz twierdzenie cosinusów, stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;

4) stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;

5) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania miar kątów, długości odcinków, pól figur płaskich i objętości brył, w tym korzystając z kalkulatora;

6) na płaszczyźnie kartezjańskiej stosuje równanie ogólne prostej, w tym: wyznacza odległość punktu od prostej, rozpoznaje wzajemne położenie dwóch prostych, wyznacza równanie prostej równoległej lub prostopadłej do danej prostej;

7) stosuje równanie okręgu w postaci kanonicznej, w tym na płaszczyźnie kartezjańskiej ustala wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów na podstawie ich równań, a także znajduje ich punkty wspólne (jeśli istnieją);

8) posługuje się wektorami, w szczególności wyznacza współrzędne wektora, oblicza jego długość, dodaje wektory oraz mnoży wektor przez liczbę, działania te wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie;

9) wyznacza nieskomplikowane przekroje graniastosłupów prostych i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.

V. Rachunek prawdopodobieństwa

Uczeń:

1) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe, rozpoznaje i interpretuje zależności między dwoma zdarzeniami, w tym ustala, czy dwa zdarzenia są niezależne;

2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym oraz z reguły Bayesa.

VI. Myślenie matematyczne w zróżnicowanych kontekstach

Uczeń:

1) przeprowadza wieloetapowe rozumowania, w tym dowody matematyczne, używając precyzyjnego języka matematycznego i dbając o poprawność każdego kroku;

2) formułuje i rozwiązuje problemy matematyczne osadzone w kontekście praktycznym lub teoretycznym, dobiera model, analizuje jego ograniczenia i ocenia adekwatność rozwiązania;

3) wykorzystuje narzędzia cyfrowe do stawiania i weryfikowania hipotez, poszukiwania prawidłowości i kontrprzykładów oraz eksploracji zagadnień matematycznych.

Wymagania szczegółowe dotyczące doświadczeń edukacyjnych (zakres rozszerzony)

W ramach zajęć z matematyki uczeń zdobywa doświadczenia edukacyjne, które przez swój praktyczny charakter wspierają wykorzystanie wiedzy przedmiotowej. Doświadczenia edukacyjne wzmacniają kompetencje fundamentalne i przekrojowe oraz rozwijają sprawczość ucznia.

W każdym roku szkolnym, począwszy od klasy drugiej, uczeń realizuje, oprócz doświadczeń edukacyjnych przewidzianych dla zakresu podstawowego, co najmniej jedno doświadczenie edukacyjne z poniższej listy. Każde z doświadczeń może być realizowane wielokrotnie, w różnych działach, w różnych latach nauki w liceum ogólnokształcącym lub technikum.

Uczeń:

1. indywidualnie lub w grupie wyszukuje w literaturze popularnonaukowej, prasie naukowej lub w internecie przykłady stosowania matematyki w naukach ścisłych i przyrodniczych, medycznych, inżynieryjno-technicznych, społecznych, humanistycznych lub w dziedzinie sztuki, analizuje sposób wykorzystania pojęć i metod matematycznych, ocenia poprawność wnioskowania, wyniki pracy prezentuje w formie ustalonej z nauczycielem;
2. korzystając z narzędzi cyfrowych, indywidualnie lub w grupie, modeluje wybrany proces lub zjawisko rzeczywiste (np. przyrost populacji, spłatę kredytu, optymalizację trasy), dobiera model matematyczny, analizuje jego ograniczenia, wyniki pracy prezentuje w formie ustalonej z nauczycielem;
3. bierze udział (stacjonarnie lub online) w wykładzie popularnonaukowym dotyczącym matematyki, a następnie indywidualnie lub w grupie pogłębia wybrane zagadnienie z wykładu, przedstawia swoje refleksje w formie ustalonej z nauczycielem;
4. indywidualnie lub w grupie formułuje hipotezę matematyczną dotyczącą dostrzeżonej prawidłowości lub analogii, podejmuje próbę uzasadnienia lub obalenia (np.

kontrprzykładem) hipotezy, wyniki pracy prezentuje w formie ustalonej z nauczycielem;

5. indywidualnie lub w grupie analizuje historyczny błąd matematyczny, fałszywą hipotezę lub długo nierozwiązany problem – odtwarza kontekst historyczny wybranego przez siebie zagadnienia, wyjaśnia źródła trudności lub błędnych intuicji, formułuje wnioski dotyczące natury matematyki, rozwoju wiedzy matematycznej i procesu poznania matematycznego, wyniki pracy prezentuje w formie ustalonej z nauczycielem.

Warunki i sposób realizacji

Ucznia liceum ogólnokształcącego i technikum obowiązują wiadomości i umiejętności ze szkoły podstawowej, przypominane i pogłębiane przy okazji nowych zagadnień. Zakres rozszerzony obejmuje także realizację celów i treści zakresu podstawowego. Nauczanie, zwłaszcza w roku bazowym, powinno pozwalać uczniowi odkrywać jego indywidualny sens i wartość uczenia się matematyki.

Należy równolegle rozwijać rozumienie instrumentalne i relacyjne matematyki. Stosując wzór, uczeń powinien także rozumieć, jakie zależności ten wzór opisuje i w jakich sytuacjach może być użyty. Na przykład stosowanie wzoru na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego obejmuje obliczanie n-tego wyrazu ciągu, ale też, przy odpowiednich danych, wyznaczanie pierwszego wyrazu lub różnicy ciągu.

Należy zachować równowagę między ćwiczeniem sprawności rachunkowej a rozwijaniem rozumienia pojęć i strategii rozwiązywania zadań.

Błąd należy traktować jako element procesu uczenia się i okazję do pogłębienia rozumienia.

Ograniczenie stopnia trudności pewnych zagadnień (np. podstaw logarytmów, stopnia wielomianów, postaci równań wymiernych) służy temu, aby uczeń rozwijał rozumienie metod, a nie wykonywał nadmiernie złożone rachunki. Przekształcenia algebraiczne powinny rozwijać u uczniów zmysł struktury, tj. zdolność dostrzegania wewnętrznej organizacji wyrażeń algebraicznych.

Umieszczenie zagadnienia w danym dziale wskazuje proponowane akcenty dydaktyczne.

Elementy statystyki i kombinatoryki powinny być realizowane jako narzędzia porządkowania, zliczania, opisywania i interpretowania informacji liczbowych. W kombinatoryce należy akcentować sensowność strategii zliczania, a nie nazwy stosowanych narzędzi czy wzory.

Równania i nierówności z wartością bezwzględną w zakresie podstawowym należy rozwiązywać przede wszystkim na podstawie geometrycznej interpretacji wartości bezwzględnej na osi liczbowej. Ciągi w zakresie podstawowym należy traktować jako narzędzie do opisywania zależności liczbowych, a ciąg jako funkcję wystarczy przedstawiać w zakresie rozszerzonym.

Wymagania odwołujące się do płaszczyzny kartezjańskiej lub metod analitycznych dotyczą geometrii analitycznej, pozostałe wymagania geometryczne należy realizować w zakresie geometrii syntetycznej. Trygonometrię w zakresie podstawowym należy rozumieć jako narzędzie geometrii, a język funkcji trygonometrycznych rozwijać w zakresie rozszerzonym. Funkcję należy rozumieć przede wszystkim jako zależność jednej wielkości od drugiej.

Warto pozwolić uczniom na wybór reprezentacji i metod rozwiązywania zadań. Obok metody równań równoważnych można stosować metodę analizy starożytnych. Uczeń powinien posługiwać się różnymi postaciami wzoru funkcji kwadratowej, nie należy narzucać jednej z nich jako podstawowej. Uczeń powinien umieć rozwiązywać układy równań liniowych algebraicznie (dowolną metodą), a ich interpretację geometryczną warto omawiać wtedy, gdy jest ona wykorzystywana. Uczniowie powinni wiedzieć, że uprawnioną metodą dowodzenia jest równoważne przekształcanie tezy.

Uczniowie powinni posługiwać się powszechnie przyjętymi oznaczeniami zbiorów liczbowych. W zakresie rozszerzonym zaleca się, aby uczniowie używali oznaczenia Σ na sumę. W klasach, w których jest to wskazane ze względu na korelację międzyprzedmiotową, warto wspomnieć o funkcjach e^x oraz $ln\ x$.

Myślenie matematyczne w zróżnicowanych kontekstach jest realizowane w ramach wszystkich pozostałych działów, także w roku bazowym. Obejmuje stosowanie wiedzy i umiejętności matematycznych do przeprowadzania rozumowań i rozwiązywania problemów praktycznych, a także świadome wykorzystywanie narzędzi cyfrowych podczas uczenia się matematyki.