

# Matematyczne zadania badawcze w podręcznikach edukacji wczesnoszkolnej

✉ **Lidia Pawlusińska** / Instytut Pedagogiki, Uniwersytet Szczeciński

e-mail: lidia.pawlusinska@usz.edu.pl

ORCID: 0000-0003-0311-9755

## Streszczenie

**Wprowadzenie:** Edukacja ukierunkowana na rozwijanie kompetencji kluczowych nie może pomijać kształtowania postawy badawczej, rozumianej jako gotowość do samodzielnego konstruowania wiedzy, formułowania pytań oraz krytycznej analizy zjawisk. Inspiracją do podejmowania tego rodzaju aktywności mogą być różnorodne źródła, w tym podręczniki szkolne. Fakt ten zobowiązuje ich autorów do uwzględniania w treściach dydaktycznych zadań o charakterze badawczym. **Cel badań:** Poszukiwanie odpowiedzi na pytanie, w jakim stopniu podręczniki szkolne do edukacji matematycznej wspierają nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w organizowaniu zajęć umożliwiających uczniom rozwiązywanie zadań o charakterze badawczym. **Metoda badań:** W niniejszym artykule przedstawiono zarówno autorski, jak i nowatorski model podziału matematycznych zadań badawczych, który został wykorzystany jako narzędzie analityczne w przeglądzie podręczników do edukacji matematycznej na pierwszym etapie kształcenia. **Wyniki badań:** Przeprowadzona analiza poszukująca odpowiedzi na pytania: „Jakie typy matematycznych zadań badawczych występują w podręcznikach edukacji wczesnoszkolnej?”, „Jaki jest ich udział procentowy w stosunku do wszystkich zadań?” wykazała, iż zadania tego typu występują w omawianych materiałach dydaktycznych w sposób ograniczony. **Wnioski:** Taka sytuacja może istotnie utrudniać kształtowanie u uczniów postawy badawczej oraz rozwój kompetencji związanych z myśleniem problemowym i twórczym, zwłaszcza w kontekście dominującej roli podręcznika jako podstawowego narzędzia pracy dydaktycznej w praktyce szkolnej.

Słowa kluczowe: **edukacja wczesnoszkolna, edukacja matematyczna, matematyczne zadania badawcze, podręczniki szkolne**

---

©Instytut Badań Edukacyjnych – Państwowy Instytut Badawczy



© 2026 Autor(zy). Artykuł opublikowany w otwartym dostępie, rozpowszechniany na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe ([CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)). / © 2026 Author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License ([CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)).

## Mathematical Research Tasks in Early Childhood Education Textbooks

### Abstract

**Introduction:** Education aimed at developing key competences must not omit the formation of the research attitude, understood as a readiness to independently construct knowledge, formulate questions and critically analyse phenomena. Various sources, including school textbooks, can be an inspiration for undertaking this type of activity. This fact obliges their authors to include research tasks in their didactic content. **Research Aim:** The aim of the research was to seek an answer to the question about the extent to which school textbooks for mathematics education support early childhood education teachers in organizing classes that enable students to solve research tasks. **Method:** This article presents an original and novel model of division of mathematical research tasks, which was used as an analytical tool in the review of textbooks for mathematics education at the first stage of education. **Results:** The analysis sought to answer the questions: "What types of mathematical research tasks occur in early childhood education textbooks?", "What is their percentage share in relation to all tasks?" and showed that such tasks occur in the discussed teaching materials in a limited way. **Conclusions:** Such a situation may significantly hinder the formation of students' research attitudes and the development of competences related to problem-based and creative thinking, especially in the context of the dominant role of the textbook as the basic tool of didactic work in school practice.

Keywords: **early childhood education, mathematical education, mathematical research tasks, schoolbook**

*„Uczeń tworzy sobie taką koncepcję matematyki,  
jaka mu się ukazuje przez pryzmat rozwiązywanych przez niego zadań”*

**A. Z. Krygowska** (Krygowska, 1977b, 3)

---

## 1. WPROWADZENIE

Postulaty formułowane w ramach współczesnych koncepcji edukacji matematycznej najmłodszych uczniów kierują naszą uwagę na uczenie się matematyki poprzez eksplorację, doświadczanie oraz badanie otaczającej nas rzeczywistości. Szczególnie cenne w tych działaniach jest uwzględnianie relacji występujących między obiektami, jak i pomiędzy obiektami a ich elementami. Takie postrzeganie edukacji matematycznej na pierwszy plan wysuwa wszystkie te metody, które umożliwiają uczniom inicjowanie i podejmowanie różnych sposobów działania (Kapur, Toh, 2013) oraz gromadzenie bogatych i zróżnicowanych doświadczeń poznawczych (Gruszczyk-Kolczyńska, 2016). Kluczowe staje się wspieranie samodzielności w konstruowaniu wiedzy (Klus-Stańska, 2000), rozwijanie umiejętności krytycznego myślenia (Lockhart, 2009), a przede wszystkim inspirowanie do „twórczego doświadczania” matematyki (Krygowska, 1977a). Jedną z metod zdobywania wiedzy, która wpisuje się w realizację tych postulatów, jest uczenie się przez badanie, pozwalające uczniom na aktywne odkrywanie i konstruowanie znaczeń w oparciu o własne obserwacje i refleksje.

Uczenie się przez badanie, postrzegane jako odmiana nauczania problemowego (Bereźnicki, 2004; Palka, 1984), w praktyce szkolnej integruje proces badawczy z procesem edukacyjnym (Palka, 1984). W kontekście edukacji matematycznej najmłodszych uczniów jego głównym celem staje się stymulowanie aktywności badawczej, rozumianej jako „intuicyjne prowadzenie obserwacji zmian obiektów matematycznych, prowadzące do odkrycia i głębszego rozumienia relacji oraz struktur matematycznych” (Kalinowska, 2017, 86). Działania badawcze podejmowane w toku zajęć dydaktycznych stanowią istotny element pracy zarówno uczniów, jak i nauczycieli. Jednak to nauczyciel ponosi odpowiedzialność za odpowiednią organizację procesu nauczania, która umożliwi i inicjuje aktywność badawczą uczniów. Kluczową rolę w tym zakresie odgrywają specjalnie skonstruowane zadania dydaktyczne, stanowiące impuls do podejmowania samodzielnych eksploracji matematycznych.

Niniejszy artykuł podejmuje zagadnienie zadań dydaktycznych, które wywołają matematyczną aktywność badawczą wśród najmłodszych uczniów. Jak wskazuje Gruszczyk-Kolczyńska, to właśnie odpowiednio dobrane zadania – umożliwiające dzieciom samodzielne eksperymentowanie i formułowanie hipotez – stanowią fundament skutecznego uczenia się matematyki (Gruszczyk-Kolczyńska, 2011). Ich wartość dydaktyczna w znacznym stopniu wpływa na jakość procesu kształcenia, dlatego trafny dobór zadań – poprzedzony analizą ich potencjału w kontekście celów edukacyjnych, staje się nieodzownym elementem pracy nauczyciela.

Dotychczasowe badania dowodzą, iż mimo rosnącej świadomości znaczenia indywidualizacji procesu kształcenia, wciąż brakuje materiałów dydaktycznych adekwatnie wspierających rozwój matematycznego myślenia badawczego u dzieci. Problem ten został wielokrotnie odnotowany zarówno w analizach krajowych (Gruszczyk-Kolczyńska, 2009; Ceglińska, 2011), jak i międzynarodowych raportach diagnostycznych, w tym w najnowszych opracowaniach OECD (2024).

W niniejszym artykule podjęto analizę tego zagadnienia z perspektywy ilościowej. Zaprezentowany zostaje autorski model klasyfikacji matematycznych zadań badawczych, który następnie wykorzystano do systematycznego przeglądu podręczników przeznaczonych do edukacji matematycznej na pierwszym etapie kształcenia. Celem przeprowadzonych badań było określenie, w jakim stopniu stosowane obecnie podręczniki wspierają nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w organizowaniu sytuacji dydaktycznych umożliwiających uczniom podejmowanie działań o charakterze badawczym.

## 2. ZADANIA WYZWALAJĄCE MATEMATYCZNĄ AKTYWNOŚĆ BADAWCZĄ

W obszarze edukacji matematycznej funkcjonuje wiele klasyfikacji zadań, które różnią się w zależności od przyjętego kryterium. Spotkamy się m.in. z podziałem zadań ze względu na zakres treściowy (np. arytmetyczne, geometryczne, algebraiczne) czy ze względu na zakres poznawczy (np. klasyfikowanie, uogólnianie, upraszczanie rozumowania przez przejście do innego modelu). Jednak w kontekście kompetencji matematycznych przydatnych w życiu codziennym<sup>1</sup>, przyjmuję podział zaproponowany przez A. Krygowską, która wyróżniła trzy typy zadań, tj. zadania-ćwiczenia, zadania na zwykłe zastosowanie teorii i zadania-problemy (1977b).

Pierwsze z nich, zadania-ćwiczenia służą automatyzacji określonych czynności i nie wymagają od uczniów aktów twórczych (Krygowska, 1977b). Drugie, czyli zadania na zwykłe zastosowanie teorii są trudniejsze w stosunku do poprzednich i potrzebują od uczniów bardziej zróżnicowanej samodzielności i aktywności poznawczej (Krygowska, 1977b). Uczniowie muszą w ich przypadku dokonać przeglądu, wyboru i analizy użyteczności znanych wzorów, definicji i twierdzeń. Treść tych zadań jest zazwyczaj precyzyjnie sformułowana, co ukierunkowuje działania uczniów i prowadzi do jednoznacznego rozwiązania. Krygowska podkreśla, że trudności napotykanne przez uczniów w pracy z tymi zadaniami wynikają nie z potrzeby twórczego myślenia, lecz z braków w opanowaniu wiedzy i umiejętności (Krygowska, 1977b). Ostatni wyróżniony rodzaj zadań to zadania-problemy. Został przez uczoną uznany za najtrudniejszy zarówno w działalności uczniów, jak i nauczycieli. Jej zdaniem, to podczas ich rozwiązywania uczniowie mogą wykazać się najwyższym stopniem aktywności matematycznej i doświadczać aktów twórczych w zakresie matematyki (Krygowska, 1977b).

Zadania-problemy od wielu lat wzbudzają zainteresowanie środowiska edukacyjnego (Kupisiewicz, 1976; Lester, 1994). W praktyce dydaktycznej mogą pojawiać się spontanicznie lub być celowo konstruowane przez nauczyciela. To właśnie ta druga kategoria jest przedmiotem mojego zainteresowania. Bereźnicki określa je mianem problemów dydaktycznych i opisuje jako pytania czy zadania – zarówno praktyczne, jak i teoretyczne – które z jednej strony odwołują się do wiedzy ucznia, a z drugiej uświadamiają mu jego braki, które może wypełnić podejmując się rozwiązanie problemu (Bereźnicki, 2004). Podkreśla, że rozwiązywanie problemów dydaktycznych wymaga myślenia abstrakcyjnego, postawy badawczej oraz wysiłku intelektualnego (Bereźnicki, 2004).

Sternberg zauważa, że proces rozwiązywania problemów obliuguje jednostki do pokonywania trudności (Sternberg, 2001), co jest możliwe dzięki jej aktywności i samodzielnemu myśleniu (Galant, Hawlicki, 1978). Należy jednak pamiętać, że nie każde pytanie czy zadanie sprawiające trudność można uznać za problem. Z trudnością w rozumieniu Kozielskiego spotkamy się wtedy, gdy w trakcie rozwiązania nie można bezpośrednio odwołać się do wypracowanego uprzednio zasobu procedur i algorytmów. Jednoznacznie wskazuje, że pokonanie trudności wymaga myślenia produktywnego, czyli takiego, które prowadzi do wzbogacenia wiedzy osoby rozwiązującej problem (Kozielski, 1969). Wszystko to sprawia, że konstruowanie problemów dydaktycznych wymaga od nauczycieli nie tylko kreatywności, ale przede wszystkim gruntownej znajomości możliwości i potrzeb uczniów.

W obszarze edukacji matematycznej Siwek definiuje zadania-problemy jako zazwyczaj otwarte pod względem metody rozwiązania, których nie można rozstrzygnąć natychmiastowo przy użyciu znanych wzorów bądź schematów. Według niej charakteryzują się one obecnością trudności o charakterze teoretycznym lub praktycznym, a ich istotą jest prowokowanie ucznia do podejmowania działań eksploracyjnych, aktywności badawczej, konstruowania nowych rozwiązań oraz generowania nowej wiedzy. Celem tych działań jest wypracowanie racjonalnej metody, która może przybliżyć lub umożliwić ostateczne rozwiązanie postawionego problemu (Siwek, 2005). Przytoczona definicja integruje kluczowe cechy zadań-problemów,

---

<sup>1</sup> Kompetencje matematyczne wykorzystywane w życiu codziennym możemy podzielić na dwa nierozłączne obszary. Pierwszy wiąże się z możliwością wykorzystania w życiu codziennym podstawowych umiejętności matematycznych, np. gdy liczymy pieniądze, planujemy modernizację mieszkania czy szacujemy odległości. Drugi dotyczy kompetencji matematycznych, które powinny być kształtowane w edukacji szkolnej za pomocą treści nauczania określonych w podstawie programowej, np. umiejętność rozwiązywania problemów czy wykorzystywanie rozumowania matematycznego do sytuacji z życia codziennego.

akcentując jej dwa fundamentalne aspekty: po pierwsze, konieczność poszukiwania rozwiązań wykraczających poza znane procedury i algorytmy; po drugie, tworzenie subiektywnie nowej wiedzy, wynikającej z indywidualnej aktywności poznawczej ucznia.

Matematyczne zadania badawcze stanowią odrębny i szczególnie wartościowy podzbiór zadań-problemów. Zadania te wymagają analizy danych, formułowania i weryfikowania hipotez, a także odkrywania zależności i relacji pomiędzy obiektami matematycznymi oraz ich właściwościami. Charakterystyczną cechą matematycznych zadań badawczych jest silne zaangażowanie ucznia w proces argumentacji i uzasadniania formułowanych wniosków. W przeciwieństwie do klasycznych zadań problemowych, których rozwiązanie sprowadza się zazwyczaj do znalezienia konkretnej odpowiedzi, zadania badawcze ukierunkowane są na identyfikację ogólnej reguły, wzoru lub zależności. Proces ich rozwiązywania opiera się na działaniach takich jak eksperymentowanie, testowanie, porównywanie oraz uogólnianie, przy czym to właśnie uogólnienie stanowi kulminacyjny i nieodzowny etap pracy badawczej.

W kontekście edukacji matematycznej szczególne znaczenie przypisuje się rozwiązywaniu zadań badawczych, ponieważ sprzyjają one rozwijaniu kluczowych kompetencji matematycznych, takich jak rozumowanie, argumentacja, komunikacja i modelowanie. Przede wszystkim jednak wspierają kształtowanie postawy badawczej u uczniów (Dąbrowski, 2008; Kalinowska, 2010). Zdaniem Yeo, zadania badawcze cechuje otwartość, złożoność oraz innowacyjność. Prowadzi to do sytuacji, w której uczeń nie dąży do jednego, jedynie poprawnego rozwiązania, lecz musi integrować wiedzę z różnych działów matematyki, co ostatecznie prowadzi go do nowych odkryć i rozwinięć w rozumieniu matematyki (Yeo, 2017).

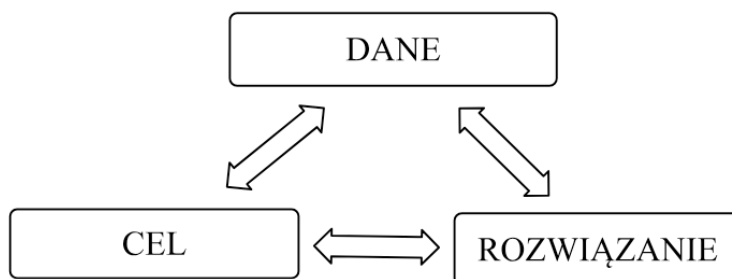
### 3. TYPY MATEMATYCZNYCH ZADAŃ BADAWCZYCH

Punktem wyjścia dla podjęcia badań w określonej dziedzinie może być zróżnicowana motywacja - intelektualna, emocjonalna lub praktyczna. Niejednokrotnie impulsem badawczym staje się potrzeba zaspokojenia ciekawości poznawczej, wynikającej z nurtującego pytania, które domaga się odpowiedzi. Może to być również chęć weryfikacji własnych przekonań, zakwestionowania powszechnie akceptowanego poglądu lub potwierdzenia zasadności określonego stanowiska teoretycznego.

Niezależnie od źródła inspiracji, centralnym elementem każdego procesu badawczego jest problem badawczy. To on stanowi punkt odniesienia dla formułowania pytań badawczych, doboru metod oraz interpretacji uzyskanych wyników. Z tego względu prezentowane w niniejszym opracowaniu typy zadań badawczych zostały skonstruowane w oparciu o model struktury problemu badawczego (rys. 1), zaproponowany przez J. Kozińskiego (Koziński, 1969), który stanowi teoretyczne i praktyczne ramy dla planowania oraz realizacji procesu badawczego.

W prezentowanym modelu wyszczególniono trzy komponenty, tj. D – dane początkowe, C – cel działania oraz R – rozwiązanie, rozumiane jako rezultat końcowy. Z perspektywy badacza kluczowe znaczenie mają dwa pierwsze elementy: dane początkowe oraz jasno określony cel, do którego dąży. To właśnie cel stanowi podstawę ukierunkowania procesu badawczego, a ponadto ułatwia identyfikację oraz selekcję adekwatnych danych wejściowych. Jak zauważa Koziński, to właśnie od precyzyjnego sformułowania celu należy rozpocząć każdą działalność badawczą. Autor podkreśla, że: „*dokładne badanie celu pozwala w pełni go zrozumieć i osiągnąć sukces (...)*” (Koziński, 1969). Natomiast w odniesieniu do spodziewanego rezultatu należy przyjąć, że możliwe są różne warianty efektów końcowych. Choć zazwyczaj formułowane są przypuszczenia co do ich charakteru, nie zawsze znajdują one potwierdzenie w praktyce badawczej. Tym samym, rozwiązanie może przybrać formę zarówno zgodną z oczekiwaniami, jak i odbiegającą od pierwotnych założeń.

Rysunek 1 *Model struktury problemu*



Wyodrębnione trzy składowe modelu (rys. 1, s. 28) mogą przyjmować zróżnicowaną postać, zależnie od charakteru analizowanego zadania. Każda z nich może być określona w sposób jednoznaczny lub pozostawać nieokreślona. Składowa uznawana za dobrze sprecyzowaną to taka, która nie budzi żadnych wątpliwości interpretacyjnych i została jasno zdefiniowana. W sytuacji, gdy dana składowa zawiera elementy niejasne, pozostawia przestrzeń do różnych interpretacji lub została pominięta na etapie konstruowania zadania, określam ją mianem niedoprecyzowanej.

Ze względu na potrzebę klasyfikacji typów zadań badawczych przyjęto konwencję wartościowania składowych: składowej dobrze sprecyzowanej przypisuje się wartość 1, natomiast niedoprecyzowanej – wartość 0. W rezultacie uzyskuje się osiem możliwych kombinacji, które zostały przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1 *Warianty układu elementów struktury problemu*

Składowa problemu	Typ zadania							
	A	B	C	D	E	F	G	H
DANE	1	1	1	0	1	0	0	0
CEL	1	1	0	1	0	1	0	0
ROZWIĄZANIE	1	0	1	1	0	0	1	0

W ten sposób wyodrębniono typy zadań, które różnią się pod względem struktury oraz stopnia swobody interpretacyjnej, jaką pozostawiają badaczowi. Każdy z tych wariantów oferuje odmienny potencjał poznawczy i dydaktyczny. W dalszej części tekstu dokonana zostanie analiza poszczególnych przypadków w kontekście ich wartości edukacyjnej.

#### **TYP A – zadanie konwergencyjne**

W przypadku, gdy wszystkie składowe zadania badawczego są jednoznacznie określone – tj. dane początkowe, cel oraz oczekiwany rezultat końcowy zostały precyzyjnie zdefiniowane – proces poszukiwań zostaje ograniczony do jednego właściwego rozwiązania. Przykładem takiego zadania może być wskazanie wspólnych cech trójkątów. Np. przygotowany zestaw modeli trójkątów o różnej wielkości, kolorystyce i długościach boków będzie stanowił zbiór danych początkowych. Celem jest analiza tych figur i określenie, co je łączy. Formułowane przez uczniów odpowiedzi, choć mogą przybierać różne formy językowe (np. opisy definicyjne), to prowadzą do jednego rozwiązania - wszystkie figury mają trzy boki i trzy kąty, a zatem są trójkątami.

Tego rodzaju zadania Koziński określa mianem problemów konwergencyjnych. Charakteryzują się one ograniczoną swobodą badawczą, ponieważ prowadzą do z góry określonego celu. Autor przestrzega przed traktowaniem ich jako jedyne-go typu zadań rozwijających samodzielne myślenie uczniów. Jego zdaniem jest to poważne uproszczenie (Koziński, 1969).

#### **TYP B – zadanie z otwartym rozwiązaniem**

W zadaniu typu B, mimo że dane początkowe zostały doprecyzowane, a cel jasno określony, poszukiwane rozwiązanie może przyjmować różne formy. Przykładem takiego zadania może być praca uczniów nad zaproponowaniem klasyfikacji liści zebranych podczas spaceru do parku. Uczniowie, dysponując konkretnym zestawem danych (liście) oraz jasno sformułowanym celem (klasyfikacja), mogą dokonać podziału według różnych kryteriów, takich jak kolor, wielkość czy kształt. W rezultacie możliwe są różne, równie poprawne rozwiązania.

Tego rodzaju zadania określane są w literaturze jako zadania otwarte ze względu na rozwiązanie (Grzesiak, 1984). Charakteryzują się one większym zakresem swobody w poszukiwaniu odpowiedzi, pozostawiając uczniom przestrzeń na pomysłowość i oryginalność. Istotną wartością edukacyjną tego typu zadań jest również uświadomienie uczniom, że różnorodność rozwiązań nie wyklucza ich poprawności.

#### **TYP C – zadanie z niejasnym celem**

Zadania typu C posiadają wystarczającą liczbę jednoznacznie określonych danych wejściowych oraz precyzyjnie opisany efekt końcowy. Jedyne co pozostawia wątpliwości to niedoprecyzowany cel. Zatem w tym przypadku dodatkową trudnością dla rozwiązującego będzie dostrzeżenie, co jest celem badania. Przykładem może być sytuacja, w której uczniowie otrzymują zestaw danych liczbowych oraz gotowe rozwiązanie (np. wynik końcowy obliczeń), ale nie wiedzą, jaki problem był pierwotnie rozwiązywany. Ich zadaniem jest zrekonstruowanie celu – czyli ustalenie, jakie pytanie lub zadanie mogło prowadzić do takiego wyniku.

Zadania tego typu rozwijają umiejętność logicznego myślenia, analizy danych oraz formułowania hipotez. Wymagają od uczniów aktywnego zaangażowania poznawczego i refleksji nad strukturą problemu. Choć mogą być trudniejsze od wcześniej zaprezentowanych typów zadań, to warto je rozwiązywać, bo sprzyjają rozwijaniu kompetencji metapoznawczych oraz uczą elastycznego podejścia do rozwiązywania problemów (Szumna, 2023).

#### **TYP D – zadanie z niepełnymi danymi**

W zadaniu typu D jasno określone są cel działania oraz oczekiwany rezultat końcowy, natomiast dane początkowe są niepełne, niejasne lub całkowicie nieokreślone. Uczeń wie, co ma osiągnąć i w jakim kierunku powinien zmierzać, ale musi samodzielnie pozyskać, uzupełnić lub zinterpretować brakujące informacje. Przykładem takiego zadania będzie zbadanie, jakie są wspólne cechy sum otrzymanych w wyniku dodawania do siebie trzech kolejnych liczb naturalnych. Sformułowane na tej podstawie wnioski prowadzą do stwierdzenia, że wspólną cechą tych wszystkich sum, bez względu na wybór liczb, jest wynik podzielny przez trzy. Wartość edukacyjna tego zadania ujawnia się przede wszystkim w formułowaniu założeń (*Jakie liczby powinienem do siebie dodać? Od której liczby powinienem zacząć dodawanie?*) oraz w logicznym myśleniu w warunkach niepewności (*Czy na pewno wybrałem właściwe liczby?*).

Zadania tego typu rozwijają umiejętność samodzielnego pozyskiwania informacji, krytycznego ich oceniania oraz selekcji danych istotnych dla realizacji celu. Uczą również planowania działań i odpowiedzialności za proces dochodzenia do wiedzy, co sprzyja kształtowaniu postawy badawczej.

#### **TYP E – zadanie nieukierunkowane**

W zadaniu typu E jedynie dane początkowe są jasno określone, natomiast zarówno cel działania, jak i oczekiwane rozwiązanie pozostają niedookreślone. Uczeń otrzymuje zestaw informacji, ale nie wie, do czego mają one prowadzić ani jaki efekt końcowy powinien zostać osiągnięty. Tego rodzaju zadania mają charakter eksploratorski – wymagają od ucznia samodzielnego sformułowania problemu badawczego, określenia celu działania oraz zaprojektowania sposobu dojścia do rozwiązania.

Przykładem takiego zadania może być zbadanie liczb od 1 do 50. Tu samodzielną interpretacją danych może doprowadzić ucznia do wielu różnych sytuacji, np. można wskazać liczby parzyste i nieparzyste, można wskazać wielokrotności wybranej liczby, można wskazać liczby posiadające trzy, cztery albo pięć dzielników. Pojawiająca się w zadaniu swoboda badawcza wspiera uczniowską samodzielność, kreatywność w formułowaniu pytań, a w tym przykładzie także umiejętność pracy z danymi liczbowymi.

Zadania tego typu rozwijają umiejętność samodzielnego myślenia, formułowania pytań, planowania działań oraz krytycznej analizy danych. Sprzyjają również kształtowaniu postawy badawczej poprzez umożliwienie uczniom doświadczania sytuacji wymagających elastycznego podejścia do rozwiązywania problemów w warunkach niepewności.

#### **TYP F – zadanie otwarte badawczo**

W zadaniu typu F jasno określony jest cel działania, natomiast zarówno dane początkowe, jak i oczekiwane rozwiązanie pozostają niedookreślone. Uczeń wie, co ma zbadać lub osiągnąć, ale musi samodzielnie zdecydować, jakie informacje będą mu potrzebne oraz w jaki sposób sformułować odpowiedź. Przykładem takiego zadania może być badanie obwodów prostokątów utworzonych z papierowych kwadratów jednostkowych. Oprócz ogólnej informacji, że należy konstruować prostokąty i analizować ich obwody, rozwiązujący nie otrzymuje konkretnej liczby dostępnych kwadratów. Musi samodzielnie zdecydować, z ilu elementów będzie budować figury – czy każdorazowo z tej samej liczby, uzyskując różne obwody przy stałej powierzchni, czy też za każdym razem z innej liczby, tworząc prostokąty o zróżnicowanej powierzchni. Mimo licznych wątpliwości pojawiających się w trakcie rozwiązywania, zadanie to ma wysoką wartość edukacyjną, a proces dochodzenia do rozwiązania w dużym stopniu przypomina pracę badawczą matematyka.

Zadania tego typu rozwijają umiejętność planowania, formułowania hipotez, projektowania działań badawczych oraz interpretowania wyników. Uczą także odpowiedzialności za proces poznawczy i wspierają rozwój kompetencji naukowego myślenia. Dzięki otwartej strukturze sprzyjają kreatywności i samodzielności uczniów.

#### **TYP G – zadanie z wnioskowaniem abdukcyjnym**

W zadaniu typu G określone jest jedynie rozwiązanie końcowe, natomiast zarówno dane początkowe, jak i cel działania pozostają niedookreślone. Uczeń otrzymuje efekt końcowy i musi samodzielnie zrekonstruować, jakie dane mogły zostać użyte oraz jaki cel przyświecał działaniu prowadzącemu do tego wyniku.

Przykładem może być sytuacja, w której uczniowie otrzymują gotowy diagram lub tabelę z wynikami, ale nie wiedzą, czego precyzyjnie dotyczyły dane ani jakie pytanie badawcze zostało postawione. Ich zadaniem jest odtworzenie możliwego kontekstu – określenie, jakie dane mogły zostać zebrane, w jakim celu oraz jakie działania mogły doprowadzić do przedstawionego rezultatu.

Zadania tego typu rozwijają umiejętność analizy, wnioskowania abdukcyjnego<sup>2</sup> oraz kreatywnego myślenia. Uczą dostrzegania związków przyczynowo-skutkowych i budowania logicznych hipotez na podstawie dostępnych efektów. Są szczególnie wartościowe w kształtowaniu kompetencji refleksyjnych i interpretacyjnych.

---

<sup>2</sup> Pojęcie rozumowanie abdukcyjne (ang. abductive thinking) wprowadził Charles Sanders Peirce'a. Zdefiniował abdukcję jako typ wnioskowania, w którym na podstawie zaobserwowanego faktu (skutku) formułujemy najbardziej prawdopodobne wyjaśnienie (przyczynę). Jednak nie daje ono pewności, lecz najlepsze możliwe przypuszczenie (Douven, 2022).

### TYP H – zadanie nieokreślone

Zadanie typu H charakteryzuje się całkowitym brakiem sprecyzowania wszystkich trzech składowych: danych początkowych, celu oraz rozwiązania. Uczeń nie otrzymuje żadnych gotowych informacji ani wskazówek – musi samodzielnie zidentyfikować problem, określić, co chce zbadać, jakie dane będą mu potrzebne oraz do jakiego efektu dąży. Przykładem może być sytuacja, w której nauczyciel zachęca uczniów do samodzielnego przygotowania projektu badawczego na temat, który ich interesuje. Zadaniem uczniów będzie wybranie obszaru tematycznego, sformułowanie pytań badawczych, zaplanowanie sposobu zbierania danych, przeprowadzenie analizy i zaprezentowanie wyników. Oczywiście nie tylko projekt badawczy może reprezentować ten typ zadania. Przykładem może być również aktywność zaplanowana na jedną lekcję, np. pytanie: *Jakie własności i wzorce można odkryć w świecie liczb?* W tym przypadku uczniowie mają pełną swobodę w wyborze liczb, celu działania oraz formy prezentacji wyników. To zadanie otwiera przestrzeń do twórczego i refleksyjnego podejścia do matematyki.

Zadania nieokreślone stwarzają największą przestrzeń dla kreatywności i samodzielności uczniów. Wymagają wysokiego poziomu kompetencji poznawczych, organizacyjnych i refleksyjnych. Choć mogą być wyzwaniem, są niezwykle wartościowe w kontekście kształcenia postawy badawczej, rozwijania umiejętności rozwiązywania problemów oraz budowania poczucia sprawczości w procesie uczenia się.

Podsumowując, przedstawione typy zadań badawczych różnią się między sobą poczuciem pewności badacza, zakresem wymaganych kompetencji oraz stopniem złożoności. Mimo tych różnic, można wskazać wspólne zalety lekcji, podczas których uczniowie mają możliwość samodzielnego rozwiązywania tego rodzaju zadań.

Zadania badawcze w istotny sposób przyczyniają się do kształtowania samodzielności uczniów, inspirując ich do podejmowania działań o charakterze odkrywczym, eksperymentalnym oraz do samodzielnego formułowania wniosków. Pobudzają ciekawość poznawczą oraz motywują do aktywnego uczestnictwa w procesie uczenia się, angażując zarówno sferę emocjonalną, jak i intelektualną. Często wymagają od uczniów tworzenia własnych przykładów, formułowania pytań, planowania działań oraz weryfikowania spostrzeżeń, co sprzyja procesowi uogólniania i pogłębiania rozumienia. Brak jednej poprawnej odpowiedzi umożliwia dochodzenie do rozwiązania różnymi drogami, co wspiera indywidualizację procesu nauczania. Zadania badawcze rozwiązywane w zespołach sprzyjają rozwijaniu umiejętności komunikacyjnych, argumentacyjnych oraz negocjacyjnych. Przede wszystkim jednak przyczyniają się do rozwijania myślenia matematycznego oraz wspierają kształtowanie kluczowych kompetencji, takich jak rozumowanie, komunikacja, współpraca oraz kreatywność.

## 4. METODA

Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla pierwszego etapu edukacyjnego wskazuje, że jednym z zadań szkoły jest organizacja zajęć umożliwiających uczniom „nabywanie doświadczeń poprzez zabawę, wykonywanie eksperymentów naukowych, eksplorację, przeprowadzanie badań, rozwiązywanie problemów – w zakresie adekwatnym do ich możliwości i potrzeb rozwojowych, z uwzględnieniem indywidualnych predyspozycji każdego dziecka” (Dz.U. z 2024 r., poz. 996, 9). W realizację tego zadania wpisuje się konieczność włączania zadań badawczych do zestawu propozycji dydaktycznych w edukacji matematycznej najmłodszych uczniów.

Jednym z kluczowych narzędzi kształtujących praktykę edukacyjną w szkole są podręczniki (De Mezer-Brelińska, Skrzypczak, 2012; Klus-Stańska 2014; Gruszczyk-Kolczyńska, 2016). Z tego względu celem przeprowadzonych badań było określenie, w jakim stopniu podręczniki do edukacji matematycznej wspierają nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w organizowaniu zajęć umożliwiających uczniom rozwiązywanie zadań o charakterze badawczym. W związku z przyjętym celem sformułowano następujące pytania badawcze:

1. Jaka jest częstotliwość występowania zadań badawczych w podręcznikach do edukacji matematycznej na pierwszym etapie edukacyjnym?
2. Jakiego typu zadania badawcze są preferowane w analizowanych podręcznikach?

Analizie poddano treści podręczników do edukacji matematycznej, stosując zarówno podejście ilościowe, jak i jakościowe. W celu udzielenia odpowiedzi na pytania badawcze przeanalizowano wszystkie zadania oznaczone numeracją cyfrową lub literową. Część z tych zadań miała formę rozbudowaną – obejmowały one kilka powiązanych poleceń, odwołujących się do tego samego tekstu bądź wymagających wykonania działań w parach lub grupach. Ze względu na ich przyporządkowanie do jednego numeru traktowano je jako jedno spójne zadanie. Z analizy wyłączono gry planszowe zamieszczone na stronach podręczników.

Badania zrealizowano w dwóch sekwencyjnie przeprowadzonych etapach (Creswell, 2013). W pierwszym etapie dokonano identyfikacji zadań badawczych wśród zadań zamieszczonych w podręcznikach do edukacji matematycznej. Za zadania badawcze uznawano takie, które ukierunkowują na identyfikację ogólnych reguł i zależności poprzez eksperymentowanie oraz proces uogólniania.

W drugim etapie zadania zakwalifikowane jako badawcze poddano klasyfikacji zgodnie z autorskim modelem podziału matematycznych zadań badawczych przedstawionym w niniejszym artykule. Analiza obejmowała ocenę zadań pod względem: (1) danych początkowych, (2) celu działania oraz (3) rozwiązania, rozumianego jako rezultat końcowy. Dodatkowo określono częstotliwość występowania poszczególnych typów zadań.

Do badań wybrano sześć serii podręczników dopuszczonych do użytku szkolnego przez Ministerstwo Edukacji Narodowej<sup>3</sup>:

„Ale to ciekawe” – Grupa MAC,

„Wielka przygoda” – Nowa Era,

„Lokomotywa. Elementarz” – Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe,

„Szkoła na TAK” – Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne,

e-podręczniki z serii „My i nasz elementarz” oraz „My i nasza szkoła” – Fundacja Ekologiczna „Wychowanie i Sztuka”,

„Ja, Ty. My” – Wydawnictwo Didasko.

Łącznie przeanalizowano 33 egzemplarze podręczników, a w szczególności 13 do klasy pierwszej, 12 drugiej i 8 trzeciej. Ze względu na to, że badania realizowano od kwietnia do maja 2025 roku, liczba podręczników do klasy trzeciej jest mniejsza. Wynika to z braku dostępności niektórych publikacji w czasie prowadzenia analizy – dotyczy to serii „Ale to ciekawe” (Grupa MAC) oraz „Szkoła na TAK” (Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne).

## 5. WYNIKI

W wyniku analizy treści podręczników zidentyfikowano łącznie 6999 ponumerowanych zadań. Na podstawie kryteriów charakterystyki matematycznych zadań badawczych, opisanych w podrozdziale „Zadania wyzwajające matematyczną aktywność badawczą”, 158 z nich zakwalifikowano jako zadania badawcze. Stanowi to jedynie 2,32% wszystkich przeanalizowanych zadań. Wynik ten oznacza, że średnio jedynie dwa na sto zadań można uznać za badawcze, co wskazuje na ich marginalną obecność w analizowanych materiałach dydaktycznych. Odsetek matematycznych zadań badawczych wyróżnionych w podręcznikach szkolnych rozkłada się proporcjonalnie we wszystkich klasach. Niemniej jednak, nieznacznie wyższy odsetek tego typu zadań odnotowano w materiałach przeznaczonych dla klasy pierwszej, gdzie stanowią one 2,53% wszystkich zadań przypisanych do tego poziomu edukacyjnego.

Na szczególną uwagę zasługuje fakt, iż analiza poszczególnych matematycznych zadań badawczych ujawnia wyraźne preferencje autorów podręczników w zakresie ich typologii. Spośród ośmiu wyróżnionych kategorii zadań, zdecydowaną większość stanowią zadania konwergencyjne, które obejmują aż 90,51% wszystkich zadań zaklasyfikowanych do grupy zadań badawczych. Polegały one głównie na identyfikacji reguły porządkującej przedstawione obiekty, a następnie jej zastosowanie w celu kontynuacji wzoru. Typowe polecenia brzmiały: „*podaj następne dwa elementy szlaczka*”, „*wskaż, jakie będą kolejne trzy figury*”, „*ułóż kolejne trzy figury z patyczków zgodnie z odkrytą przez siebie zasadą*” czy „*zapisz kolejne liczby według odkrytej reguły*”. W każdym z analizowanych przypadków kontynuacja wzoru zgodnie z rozpoznaną regułą prowadziła do jednoznacznej odpowiedzi.

Pojawiły się również zadania, w których uczniowie byli proszeni o porównanie strategii zastosowanych w przedstawionych rozwiązaniach czy o kontynuację działań zgodnie z rozpoznaną zasadą. Zadania tego typu często kończyły się pytaniem: „*Co zauważyłeś?*”, skłaniającym uczniów do refleksji nad zastosowanym schematem postępowania.

Tabela 2 **Częstotliwość matematycznych zadań badawczych w podręcznikach do edukacji wczesnoszkolnej**

	Liczba zadań danego typu								Liczba wszystkich zadań	Liczba zadań badawczych	%
	TYP A	TYP B	TYP C	TYP D	TYP E	TYP F	TYP G	TYP H			
klasa 1	51	4	0	0	0	1	0	0	2365	56	2,53%
klasa 2	50	0	0	1	0	3	0	0	2531	54	2,17%
klasa 3	42	5	0	0	0	1	0	0	2103	48	2,27%
Razem	143	9	0	1	0	5	0	0	6999	158	2,32%

<sup>3</sup> Lista podręczników dopuszczonych przez Ministra Edukacji Narodowej do użytku szkolnego. Pobrano 08.04.2025 z <https://podreczniki.men.gov.pl/podreczniki/1>

Pozostałe typy zadań występują jedynie incydentalnie: zidentyfikowano dziewięć zadań z otwartym rozwiązaniem, jedno zadanie z niepełnymi danymi oraz pięć zadań otwartych badawczo.

Zadania z otwartym rozwiązaniem (typ B) stanowią istotny element dydaktyki matematyki, umożliwiając uczniom eksplorację różnych strategii rozwiązywania problemów. Charakteryzują się one precyzyjnie określonym zbiorem danych początkowych, przy jednoczesnym braku jednoznacznie określonej odpowiedzi końcowej. W przeciwieństwie do zadań konwergencyjnych, pozwalają na formułowanie wielu poprawnych rozwiązań, zależnych od przyjętej przez ucznia perspektywy analizy oraz jego pomysłowości.

Przykładem może być zadanie polegające na odkryciu reguły, według której ustawiono jedna za drugą zestaw kolorowych figur geometrycznych (czerwone koło, żółty trójkąt, niebieski kwadrat), a następnie stworzeniu innego układu według własnego pomysłu (Lorek, Ludwa, 2017, 11). Pomimo ograniczonego zbioru dostępnych figur, zadanie to pozostawia przestrzeń do kreatywnego działania i indywidualnej interpretacji.

Innym przykładem jest zadanie, w którym uczniowie mieli wskazać figurę niepasującą do pozostałych oraz uzasadnić swój wybór. Zestaw figur został skonstruowany w taki sposób, aby umożliwić klasyfikację zarówno ze względu na kolor, jak i kształt (Nawolska i in., 2023, 40). W zależności od przyjętego kryterium klasyfikacyjnego, uczniowie mogą otrzymać różne, lecz poprawne odpowiedzi. Tego typu zadania uwarunkowują uczniów na fakt, że interpretacja zadania może wpływać na uzyskane rozwiązanie. Przy czym to przyjęte kryterium początkowe, tak jak było w tym przypadku, decyduje o poprawności rozwiązania. Uczniowie uczą się w ten sposób, że kluczowe znaczenie w procesie rozwiązywania zadań ma nie tylko sam wynik, lecz również sposób argumentacji oraz umiejętność uzasadnienia przyjętych kryteriów.

Szczególnie interesującym przypadkiem jest zadanie dotyczące badania sum liczb rozmieszczonych na szachownicy o wymiarach  $5 \times 5$ , w której każda komórka zawierała kolejną liczbę od 1 do 25. Uczniowie zostali poproszeni o wybór jednej liczby z każdego wiersza i każdej kolumny, a następnie o obliczenie sumy wybranych liczb. Celem zadania było zbadanie właściwości uzyskanych wyników oraz identyfikacja ewentualnych regularności (Sawicka, Swoboda, 2025).

Tego typu zadania badawcze odgrywają kluczową rolę w rozwijaniu u uczniów umiejętności analitycznego myślenia, wnikliwości oraz uważności poznawczej. Umożliwiają dostrzeżenie, że pierwsze rozwiązanie nie musi być jedynym, a proces dochodzenia do odpowiedzi może być równie wartościowy jak sam wynik.

Podczas badań treści podręczników wyodrębniono jedno zadanie badawcze z niepełnymi danymi (TYP D). Zadanie polegało na układaniu prostokątów albo kwadratów z kwadracików jednostkowych. Nie określono w nim dokładnej liczby kwadracików, co więcej autorzy zadania podpowiadają, że można dobrać dowolną ich liczbę. Następnie kierują uwagę uczniów na własności kwadratu oraz prostokąta stawiając pytanie: „*Co można zrobić w każdej z tych sytuacji, żeby ułożyć prostokąt, a co, żeby ułożyć kwadrat?*” (Sawicka, Swoboda, 2024, 60). Zadanie kończy się zachęceniem uczniów do dalszych badań poprzez układanie własnych przykładów i sprawdzanie swoich spostrzeżeń.

Znaleziono również ciekawe przykłady zadań otwartych o charakterze badawczym (typ F), pozostawiające uczniom pełną autonomię w zakresie doboru danych początkowych, a tym samym – przewidywanego rezultatu końcowego. W jednym z zadań uczniowie mieli przeanalizować, w jaki sposób zmienia się wynik działań mnożenia i dzielenia przez 1, a następnie sformułować własną regułę opisującą zaobserwowaną prawidłowość (Okuniewska i in., 2023). W innym przykładzie uczniowie konstruowali autorskie serie wzorów z wybranych przez siebie elementów, kierując się samodzielnie ustaloną zasadą porządkowania (Nawolska i in., 2024, s. 27).

Zarówno w pierwszym, jak i w drugim przykładzie zadanie ukierunkowuje proces poznawczy uczniów, nie precyzując jednak ani zakresu działań arytmetycznych, które należy poddać analizie (przykład pierwszy), ani rodzaju elementów, które powinny zostać wykorzystane do konstrukcji własnych wzorów (przykład drugi). Brak jednoznacznie określonego oczekiwanego rezultatu umożliwia uczniom formułowanie różnorodnych, poprawnych odpowiedzi, co sprzyja rozwijaniu myślenia twórczego i refleksji matematycznej. Przedstawione przykłady mogą stanowić punkt wyjścia do pogłębionej dyskusji na temat elementów neutralnych w działaniach arytmetycznych oraz potencjału generowania różnych struktur wzorów przy ograniczonym zbiorze dostępnych komponentów.

Wyniki przeprowadzonej analizy wskazują na całkowity brak zadań typu C, E, G oraz H w podręcznikach szkolnych do edukacji matematycznej na etapie wczesnoszkolnym. Zadania te charakteryzują się niejednoznacznie określonym celem oraz obejmują problemy, w których nie przewidziano jednego, jasno zdefiniowanego wyniku końcowego lub w których dane wejściowe pozostają częściowo niedookreślone (Mason i in., 2005). Konstrukcja takich zadań wymaga od uczniów formułowania założeń, podejmowania decyzji dotyczących strategii postępowania oraz uzasadniania wyboru rozwiązania (Polya, 2009).

Nieobecność tego rodzaju zadań w podręcznikach może wynikać z obaw związanych z poziomem dojrzałości poznawczej uczniów w młodszym wieku szkolnym lub z przekonania, że zadania te wymagają zbyt wysokiego stopnia operacji formalnych (Artigue, Baptist, 2012; Goldshtein, Roscoe, 2025; Segaran, Nasri, 2025). Z perspektywy współczesnych teorii dydaktyki matematyki podkreśla się jednak, że zadania o otwartej strukturze — pozbawione jednoznacznych instrukcji i jednoznacznych rozstrzygnięć — odgrywają kluczową rolę w rozwijaniu myślenia matematycznego oraz sprzyjają przechodzeniu od działań odtwórczych do działań twórczych (Kilpatrick i in., 2001). Wspierają także proces samodzielnego konstruowania znaczeń, a nie jedynie reprodukcji zapamiętanych algorytmów (Lithner, 2008).

Wprowadzenie zadań typu C, E, G oraz H do praktyki edukacyjnej mogłoby znacząco poszerzyć repertuar stosowanych metod dydaktycznych, zwiększając udział aktywności wymagających eksploracji, formułowania hipotez oraz krytycznej

refleksji. Zadania te tworzą przestrzeń do konstruowania własnych strategii działania przez uczniów, co sprzyja rozwijaniu kompetencji matematycznych oraz kształtowaniu postaw badawczych już na wczesnym etapie edukacji (Schoenfeld, 1985).

Zadania identyfikowane jako matematyczne zadania badawcze są najczęściej umieszczane na końcu rozdziałów tematycznych i dodatkowo oznaczane, na przykład symbolem gwiazdki. Tego rodzaju lokalizacja oraz wyróżnienie graficzne mogą sugerować uczniom, że mają one wyższy poziom trudności i są przeznaczone dla bardziej zaawansowanych odbiorców. Co istotne, zadania badawcze rzadko wykorzystywane są jako element wprowadzający do nowego zagadnienia, co stanowi niewykorzystany potencjał dydaktyczny. Jak zauważają Klus-Stańska i Kalinowska, „(...) *aby wiedza matematyczna ucznia oznaczała matematyczne myślenie i rozumienie, a nie zbiór bezrefleksyjnie kolekcjonowanych ciągów czynności, uczeń musi rozpoczynać od twórczych strategii osobistych zanim pozna formalne procedury działania*” (Klus-Stańska, Kalinowska, 2004, 29). Zatem umieszczenie zadań badawczych na początku modułu tematycznego mogłoby stworzyć przestrzeń do eksploracji, formułowania hipotez oraz samodzielnego definiowania problemów, co sprzyjałoby pogłębianiu rozumienia treści matematycznych. Obecnie jednak tego typu zadania najczęściej pojawiają się dopiero w końcowej części omawianego tematu.

Warto podkreślić, że w analizowanych podręcznikach można odnaleźć liczne zadania, które – przy odpowiedniej modyfikacji – mogą zyskać charakter badawczy. Potencjał ten można wykorzystać poprzez świadome działania nauczyciela, który, kierując się intencją rozwijania kompetencji poznawczych uczniów, przekształca standardowe polecenia w zadania badawcze. Kluczową rolę odgrywa tu zarówno jego kreatywność, jak i gotowość do tworzenia przestrzeni sprzyjającej eksploracji oraz modelowania postawy badawczej. Tego rodzaju podejście sprzyja kształtowaniu u uczniów samodzielności poznawczej oraz motywacji do aktywnego poszukiwania wiedzy (Krygowska, 1977b).

## 6. DYSKUSJA

Przeprowadzona analiza treści podręczników do edukacji matematycznej na etapie wczesnoszkolnym ujawniła istotną dysproporcję pomiędzy liczbą zadań rutynowych a zadań sprzyjających matematycznej aktywności badawczej. Wynik ten jest zgodny z obserwacjami badaczy podkreślających, że w edukacji wczesnoszkolnej zadania wymagające eksploracji i formułowania hipotez wciąż pojawiają się rzadko, dominują natomiast polecenia ukierunkowane na wykonywanie procedur i utrwalanie algorytmów (Kilpatrick i in., 2001; Lithner, 2008). Równomierny rozkład procentowy zadań badawczych we wszystkich klasach oraz nieznacznie wyższy ich odsetek w klasie pierwszej (2,53%) nie zmienia ogólnego obrazu ograniczonej ich obecności.

Struktura zidentyfikowanych zadań badawczych pokazuje wyraźną dominację zadań konwergencyjnych (typ A), które stanowią ponad 90% wszystkich zadań zakwalifikowanych jako badawcze. Typ ten – choć wartościowy jako element wprowadzający w proces obserwacji schematów i dostrzegania regularności – umożliwia jedynie ograniczoną eksplorację. Charakter tych zadań prowadzi uczniów do jednoznacznych odpowiedzi, co sprzyja myśleniu odtwórczemu, a nie twórczemu (Polya, 2009). Tymczasem literatura dydaktyczna wyraźnie wskazuje, że rozwój myślenia matematycznego wymaga kontaktu z zadaniami otwartymi, wielorozwiązaniowymi, problemami o niepełnych danych oraz zadaniami, które umożliwiają formułowanie własnych strategii działania (Mason i in., 2005; Schoenfeld, 1985).

W tym kontekście szczególnego znaczenia nabierają zadania z otwartym rozwiązaniem (typ B) oraz zadania otwarte badawczo (typ F), które – choć obecne jedynie w niewielkiej liczbie – pozwalają uczniom doświadczyć autonomii i sprawczości w procesie uczenia się matematyki. Jak podkreśla Palka (1984), realizacja zadań o charakterze badawczym stanowi silny czynnik motywujący, sprzyja angażowaniu poznawczemu oraz wzmacnia motywację wewnętrzną uczniów. Zadania te dają możliwość doświadczenia sukcesu nie poprzez uzyskanie jedynej poprawnej odpowiedzi, lecz poprzez eksplorację i konstruowanie subiektywnie nowej wiedzy. Bruner (1971) wskazuje, że poczucie satysfakcji związane z rozwiązywaniem problemów zachęca uczniów do podejmowania kolejnych wyzwań badawczych, co stanowi fundament trwałego rozwoju kompetencji matematycznych.

Jednocześnie analiza podręczników wykazała całkowity brak zadań typu C, E, G oraz H, obejmujących problemy o niejasnym celu, o wysokim stopniu otwartości lub o nieukierunkowanym charakterze. Zadania tego rodzaju, zgodnie z ujęciem Masona i współpracowników (2005), są kluczowe dla kształtowania myślenia problemowego, krytycznego i strategicznego. Ich nieobecność może znacząco ograniczać możliwości uczniów w zakresie rozwijania umiejętności analizy, podejmowania decyzji matematycznych oraz tworzenia własnych modeli rozwiązań. W świetle współczesnych koncepcji edukacji matematycznej brak tego typu zadań wydaje się szczególnie niepokojący, ponieważ to właśnie one stanowią fundament przygotowania uczniów do funkcjonowania w zmiennym i złożonym świecie (Baczko-Dombi, 2020).

Zidentyfikowana w podręcznikach praktyka umieszczania zadań badawczych na końcu rozdziałów tematycznych oraz ich graficzne wyróżnianie może dodatkowo utrwalać przekonanie, że mają one charakter dodatku przeznaczonego dla uczniów zdolniejszych. Tymczasem – jak podkreślają Klus-Stańska i Kalinowska (2004) – aby wiedza matematyczna ucznia była autentycznie rozumiana, a nie jedynie odtworzona, to proces uczenia się powinien rozpoczynać się od osobistych strategii twórczych, a dopiero następnie prowadzić do formalnych procedur. Umieszczanie zadań badawczych na początku modułów tematycznych mogłoby zatem sprzyjać aktywizacji intuicji uczniowskich, pobudzać hipotetyzowanie i pogłębiać rozumienie pojęć matematycznych.

W świetle przeprowadzonej analizy szczególnie istotne wydaje się podkreślenie potencjału tkwiącego w zadaniach rutynowych, które – odpowiednio modyfikowane przez nauczyciela – mogą zyskać charakter badawczy. Krygowska (1977b) akcentowała, że każdy uczeń powinien mieć możliwość przeżycia „przygody matematycznej” na miarę własnych możliwości. To nauczyciel, który wykorzystuje podręcznik jako narzędzie, a nie jako sztywny scenariusz, może przekształcać standardowe zadania w problemy sprzyjające eksploracji, dociekaniu i argumentacji. Niemniej jednak, aby tego typu praktyki stały się powszechne, podręczniki powinny w większym stopniu uwzględniać zadania o charakterze badawczym, tak aby stały się one integralnym elementem edukacji matematycznej, a nie jedynie przykładowym rozszerzeniem.

Podsumowując, wyniki analizy podręczników do edukacji matematycznej na pierwszym etapie kształcenia wskazują na ograniczoną różnorodność oraz niewielki udział zadań badawczych, co może mieć poważne konsekwencje dla rozwoju kompetencji poznawczych uczniów. Brak zadań o niejednoznacznym celu, zadań nieukierunkowanych czy opartych na wnioskowaniu abdukcyjnym ogranicza możliwości kształtowania myślenia twórczego, krytycznego oraz problemowego. Tymczasem to właśnie te kompetencje – zgodnie z ujęciem współczesnej dydaktyki – stanowią fundament nowoczesnej edukacji matematycznej i powinny zajmować kluczowe miejsce w procesie kształcenia.

## 7. REKOMENDACJE I IMPLIKACJE PRAKTYCZNE

Zaprezentowane w artykule wyniki analizy treści podręczników szkolnych do edukacji matematycznej na etapie wczesnoszkolnym dowodzą, że obowiązujące podręczniki niewystarczająco eksponują aktywności ukierunkowane na rozwijanie myślenia badawczego, dywergencyjnego oraz twórczego. W oparciu o uzyskane dane empiryczne sformułowano następujące rekomendacje i wskazówki praktyczne:

- 1.** Zwiększenie liczby matematycznych zadań badawczych w podręcznikach szkolnych. W szczególności wskazane jest wprowadzanie zadań o niejednoznacznie określonym celu, niezawężających uczniowskiej aktywności do jednego schematu działania, a także zadań z niekompletnymi danymi lub otwartym rozwiązaniem. Zadania tego typu sprzyjają kształtowaniu umiejętności poszukiwania, selekcjonowania i weryfikacji informacji niezbędnych do rozwiązania problemu oraz zachęcają uczniów do formułowania własnych założeń.
- 2.** Zmiana lokalizacji matematycznych zadań badawczych w strukturze podręczników. Postuluje się umieszczanie tego typu zadań na początku modułów tematycznych, tak aby pełniły one funkcję inicjującą proces poznawczy.
- 3.** Zachowanie równowagi pomiędzy zadaniami konwergencyjnymi a dywergencyjnymi. Zwiększenie udziału zadań dywergencyjnych pozwoli uczniom rozwijać umiejętność interpretacji poleceń prowadzących do wielu prawidłowych rozwiązań, argumentowania wyboru strategii postępowania oraz różnicowania interpretacji problemu (np. w zadaniach klasyfikacyjnych z wieloma możliwymi uzasadnieniami).
- 4.** Promowanie matematycznych zadań badawczych jako integralnej części procesu dydaktycznego. Rekomenduje się odejście od praktyki ich incydentalnego pojawiania się oraz traktowania ich jako zadań przeznaczonych jedynie dla uczniów szczególnie zaawansowanych. Zadania badawcze powinny być prezentowane jako pełnoprawny element edukacji matematycznej już na etapie wczesnoszkolnym.
- 5.** Wzmocnienie roli nauczyciela jako projektanta środowiska badawczego. Zasadne jest zapewnienie nauczycielom możliwości uczestnictwa w specjalistycznych szkoleniach i warsztatach, ukierunkowanych na konstruowanie matematycznych zadań badawczych oraz diagnozowanie poziomu argumentacji matematycznej uczniów. Pozwoli to skuteczniej monitorować rozwój poznawczy uczniów i świadomie kształtować ich kompetencje matematyczne.
- 6.** Tworzenie szkolnych banków matematycznych zadań badawczych, a także dzielenie się dobrymi praktykami dotyczącymi trudności napotykanymi przez uczniów podczas rozwiązywania tego typu zadań. Działania te mogą istotnie wspierać rozwój profesjonalny nauczycieli oraz podnosić jakość nauczania matematyki na wczesnym etapie edukacyjnym.

## 8. OGRANICZENIA BADAŃ

Przeprowadzona analiza treści podręczników do edukacji matematycznej na etapie wczesnoszkolnym, mimo że dostarcza istotnych informacji dotyczących obecności oraz typologii matematycznych zadań badawczych, obarczona jest kilkoma ograniczeniami. Po pierwsze, badanie obejmowało wyłącznie określony zestaw podręczników obowiązujących w badanym okresie. Pominięte zostały materiały dodatkowe, np. karty pracy, zasoby cyfrowe, zeszyty ćwiczeń. Ogranicza to możliwość pełnego uchwycenia środowiska zadaniowego, z którego korzystają uczniowie. Po drugie, analiza nie uwzględniała rzeczywistej praktyki dydaktycznej. Nie badano, w jaki sposób nauczyciele wykorzystują zadania w procesie nauczania, jak często sięgają po zadania o charakterze badawczym ani w jakim stopniu modyfikują zadania podręcznikowe. Brak tych danych utrudnia określenie faktycznego wpływu analizowanych materiałów na rozwój kompetencji poznawczych uczniów. Po trzecie, mimo stosowania jasno zdefiniowanych kryteriów klasyfikacji zadań, proces kategoryzacji może wiązać się z elementem subiektywności. Dotyczy to w szczególności oceny stopnia otwartości, typu danych wejściowych oraz charakteru celu zadania. Brak triangulacji w postaci niezależnych koderów stanowi ograniczenie metodologiczne.

W przyszłych badaniach warto uwzględnić dodatkowe materiały dydaktyczne wykorzystywane przez nauczycieli, a także rozszerzyć analizę o obserwacje lekcji oraz wywiady z nauczycielami. Pozwoliłoby to dokładniej określić rzeczywistą obecność zadań badawczych w praktyce edukacji matematycznej. Zasadne wydają się również pogłębione badania nad efektywnością matematycznych zadań badawczych. Diagnoza kompetencji matematycznych najmłodszych uczniów umożliwiłaby precyzyjne określenie, w jakim stopniu różne typy zadań badawczych wspierają rozwój myślenia matematycznego.

## 9. KONKLUZJA

Analiza podręczników do edukacji matematycznej w klasach I–III wskazuje, że marginalna obecność zadań badawczych ogranicza możliwości rozwijania kluczowych kompetencji matematycznych uczniów. Wyniki badań podkreślają potrzebę systemowego wsparcia nauczycieli w projektowaniu środowiska dydaktycznego sprzyjającego samodzielności poznawczej oraz wspierającego rozwój matematycznego myślenia najmłodszych uczniów. Konieczne są również dalsze badania nad praktyką dydaktyczną i skutecznością matematycznych zadań badawczych, aby pełniej zrozumieć ich rolę w kształtowaniu umiejętności matematycznych na wczesnym etapie edukacji.

**Finansowanie:** Brak

**Konflikt interesów:** Brak

**Podziękowania:** Brak

**Informacja o dostępności danych:** Analizowane w artykule dane pochodzą z ogólnodostępnych podręczników szkolnych.

## REFERENCES

- Artigue, M., & Baptist, P. (2012). *Inquiry in mathematics education*. Inquiry of Mathematics Education. <https://www.inquirymaths.org/home/research-and-articles>
- Baczk-Dombi, A., (2020). Edukacja matematyczna w Polsce w świetle badań i wyników egzaminów zewnętrznych – wybrane aspekty społeczne. *Studia BAS*, 2(70), 95–117.
- Białobrzaska, J. (2017). *Ja, Ty – My. Na tropach matematyki, kl. 1, cz. 1 i 2*. Wydawnictwo DIDASKO.
- Białobrzaska, J. (2018). *Ja, Ty – My. Małe i duże matematyczne podróże, kl. 2, cz. 1 i 2*. Wydawnictwo DIDASKO.
- Białobrzaska, J. (2023). *Ja, Ty – My. Matematyka na co dzień, kl. 3*. Wydawnictwo DIDASKO.
- Bereźnicki, F. (2004). *Dydaktyka kształcenia ogólnego*. Oficyna Wydawnicza „Impuls”.
- Bruner, J.S. (1971). *O poznaniu. Szkice na lewą rękę*. Państwowy Instytut Wydawniczy.
- Ceglińska, B. (2011). Możliwości i ograniczenia indywidualizacji w matematycznej edukacji wczesnoszkolnej. W: E. Skrzetuska (red.), *Problemy edukacji wczesnoszkolnej: Indywidualizacja – uzdolnienia – refleksja nauczyciela* (s. 100–108). Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej.
- Dąbrowski, M. (2008). *Pozwólmy dzieciom myśleć*. CKE.
- De Mezer-Brelińska, K., & Skrzypczak, J. (2012). Ewolucja podręczników szkolnych. W: W. Skrzydlewski & S. Dylak (red.), *Media – Edukacja – Kultura*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza.
- Dobrowolska, M., & Szulc, A. (2020). *Lokomotywa, kl. 1*. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe.
- Dobrowolska, M., Jucewicz, M., & Szulc, A. (2018). *Lokomotywa, kl. 2*. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe.
- Dobrowolska, M., Jucewicz, M., & Szulc, A. (2024). *Lokomotywa, kl. 1*. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe.
- Douven, I. (2022). *The art of abduction*. MIT Press.

- Galant, J., & Hawlicki, J. (1978). *Proces dydaktyczno-wychowawczy w klasach I-III*. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Goldshtein, M., & Roscoe, R.D. (2025). Intersections of literacy, cognition, and culture in mathematics: Themes for advancing research and instruction. *Journal of Education and Practice*, 16(1).
- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (2009). *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*. Wydawnictwo Edukacja Polska Sp. z o.o.
- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (2011). Dzieci uzdolnione matematycznie: mity i realia. W: E. Skrzetuska (red.), *Problemy edukacji wczesnoszkolnej: Indywidualizacja – uzdolnienia – refleksja nauczyciela* (s. 61–88). Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej.
- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (2016). O kryzysie edukacji matematycznej dzieci. Rozpaczliwe wołanie o działania naprawcze. *Matematyka dla Dzieci*, 1, 5–40.
- Grzesiak, J. (1984). *Konstruowanie i dobór zadań matematycznych w klasach początkowych*. Instytut Kształcenia Nauczycieli – ODN w Koszalinie.
- Kalinowska, A. (2010). *Pozwólmy dzieciom działać. Mity i fakty o rozwijaniu myślenia matematycznego*. CKE.
- Kapur, M., & Toh, P. L. L. (2013). Productive failure: From an experimental effect to a learning design. W: T. Plomp & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research – Part B: Illustrative cases* (s. 341–355). SLO.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.
- Klus-Stańska, D. (2000). *Konstruowanie wiedzy w szkole*. Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego.
- Klus-Stańska, D., Kalinowska, A. (2004). *Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów*. Wydawnictwo Akademickie „Żak”.
- Klus-Stańska, D. (2014). „Nasz elementarz” – krótki opis daru, który zubaża obdarowanych. *Problemy Wczesnej Edukacji*, 27(4), 24–44.
- Kozielecki, J. (1969). *Rozwiązywanie problemów*. PZWS.
- Krygowska, Z. (1977a). *Zarys dydaktyki matematyki*, tom 2. WSiP.
- Krygowska, Z. (1977b). *Zarys dydaktyki matematyki*, tom 3. WSiP.
- Kupisiewicz, Cz. (1976). *O efektywności nauczania problemowego*. PWN.
- Lester, F.K., Jr. (1994). Musing about mathematical problem-solving research: 1970–1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660–675. <https://doi.org/10.2307/749578>
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276.
- Lockhart, P. (2009). *Mathematician's lament*. Bellevue Literary Press.
- Lorek, M., & Ludwa, A. (2017). *My i nasz elementarz*, kl. 1, cz. 1, 2, 3 i 4. Fundacja Ekologiczna „Wychowanie i Sztuka”. <https://elementarz.org/podreczniki/>
- Lorek, M., & Ludwa, A. (2018). *My i nasza szkoła*, kl. 2, cz. 1, 2, 3 i 4. Fundacja Ekologiczna „Wychowanie i Sztuka”. <https://elementarz.org/podreczniki/>

Lorek, M., & Ludwa, A. (2019). *My i Nasza Szkoła*, kl. 3, cz. 1, 2, 3 i 4. Fundacja Ekologiczna „Wychowanie i Sztuka”.  
<https://elementarz.org/podreczniki/>

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2005). *Matematyczne myślenie*. WSiP.

Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz. U. poz. 996).  
<https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=WDU20240000996>, 16.06.2025

Nawolska, B., Żądło-Treder, J., & Dankowska, D. (2023). *Szkoła na TAK*, kl. 1, cz. 1 i 2. WSiP.

Nawolska, B., Żądło-Treder, J., & Dankowska, D. (2024). *Szkoła na TAK*, kl. 2, cz. 1 i 2. WSiP.

OECD. (2024). *Ewolucja programu nauczania matematyki: Gdzie był, gdzie jest i dokąd zmierza*. OECD Publishing.

Okuniewska, J., Piłat, S., & Skrzypiec, B. (2023). *Ale to ciekawe*, kl. 1, cz. 1 i 2. Grupa MAC S.A.

Okuniewska, J., Piłat, S., & Skrzypiec, B. (2023). *Ale to ciekawe*, kl. 2, cz. 1 i 2. Grupa MAC S.A.

Palka, S. (1984). *Kształcenie przez badanie w praktyce szkolnej. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Jagiellońskiego. Prace pedagogiczne*, 1.

Polya, G. (2009). *Jak to rozwiązać?* Wydawnictwo Naukowe PWN.

Zalecenie Rady Europejskiej z dnia 22 maja 2018 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie. <https://education.ec.europa.eu/pl/focus-topics/improving-quality/key-competences>

Sawicka, K., & Swoboda, E. (2023). *Wielka przygoda*, kl. 1, cz. 1, 2, 3 i 4. Nowa Era.

Sawicka, K., & Swoboda, E. (2024). *Wielka przygoda*, kl. 2, cz. 1 i 2. Nowa Era.

Sawicka, K., & Swoboda, E. (2025). *Wielka przygoda*, kl. 3, cz. 1 i 2. Nowa Era.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

Segaran, L.L., & Nasri, N.M. (2025). A conceptual framework on the effectiveness of the HOTS approach in enhancing the understanding and skills of year 1 pupils in mathematics at primary schools. *International Journal of Research and Innovation in Social Science*, 9(9), 6872–6883. <https://rsisinternational.org/journals/ijriss/articles/a-conceptual-framework-on-the-effectiveness-of-the-hots-approach-in-enhancing-the-understanding-and-skills-of-year-1-pupils-in-mathematics-at-primary-schools/>

Siwek, H. (2005). *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania w matematyce szkolnej*. WSiP.

Sternberg R.J. (2001). *Psychologia poznawcza*. WSiP.

Szumna, D. (2023). Strategie metapoznawcze jako narzędzia usprawniające uczenie się w sytuacjach edukacyjnych. *Kwartalnik Edukacyjny*, 112–113(1–2), 18–34.

Yeo, J. B. W. (2017). Development of a framework to characterise the openness of mathematical tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 175–191. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9>